УДК 330, 336.7, 519.2
JEL C58, G17
DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-3-58-72

Применение копул в многомерном анализе обменных курсов на примере развивающихся стран Европы

С. В. Бусыгин [1, 2], Р. О. Шарыпов [1]

[1] *Новосибирский национальный исследовательский государственный университет*
Новосибирск, Россия

[2] *Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН*
Новосибирск, Россия

Аннотация

В данной работе моделируется и анализируется совместное поведение обменных валютных курсов 3-х развивающихся европейских стран: Чехии, Венгрии и Польши с использованием моделей копула-функций. Исследуется лишь внутренняя взаимосвязь без учета каких-либо дополнительных (внешних) факторов. При построении моделей производилось оценивание нескольких семейств копул эллиптического и архимедова типов, а также рассматривались конструкции из парных (ветвящихся) копул, принадлежащих к различным семействам. Выявлена наиболее подходящая модель с точки зрения соответствия имеющимся данным, которая базируется на многомерной эллиптической копуле Стьюдента. В работе получена оценка параметра тесноты внутренней взаимосвязи анализируемых валютных курсов на базе выбранной модели, построенной на основе дневных данных по отношению к рублю за 2007–2017 гг.

Кроме того, рассмотрены два подхода к интервальному прогнозированию: с использованием «штрафной» поправочной функции-множителя и с использованием огибающей функции, учитывающей наиболее вероятный интервал значений курсов на заданную дату. В качестве горизонта для прогноза взято 30 дней. В заключение работы проведен сравнительный анализ предлагаемых подходов, а также произведено сопоставление прогнозов с фактическими данными.

Ключевые слова

валютный курс, взаимозависимость, копула-функции, интервальный прогноз

Источник финансирования

Статья подготовлена по плану НИР ИЭОПП СО РАН, проект XI.173.1.1 (0325-2019-0004) «Проектно-программный подход в государственной региональной политике и в региональном стратегическом планировании и управлении: методология, практика, институты», АААА-А17-117022250125-4

Для цитирования

Бусыгин С. В., Шарыпов Р. О. Применение копул в многомерном анализе обменных курсов на примере развивающихся стран Европы // Мир экономики и управления. 2019. Т. 19, № 3. С. 58–72. DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-3-58-72

Copula Approach in Multivariate Exchange Rate Analysis of Developing Countries in Eastern Europe

S. V. Busygin [1, 2], R. O. Sharypov [2]

[1] *Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS*
Novosibirsk, Russian Federation

[2] *Novosibirsk State University*
Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The work is aimed at modelling and analyzing joint behavior of currency exchange rates in 3 developing European countries – the Check Republic, Hungary, and Poland with the use of Copula functions. The study focuses only on internal relations with no consideration for any additional (external) factors. When building the models, several elliptic and Archimedean Copula families were estimated, and pair-Copula (vine) constructions of different families were considered. The work reveals the most appropriate in terms of consistency to the available data model based on the multivariate elliptical Student Copula. The work estimates the parameters of inherent interconnection narrowness of the currency rates under study based on the selected model built on the daily data in relation to RUB over the period 2007–2017.

Besides, the paper considers two approaches to interval forecasting – with the use of correlated multiplier function and wave function which accounts the most likely value range as of the given date. The time-horizon of the study was 30 days. In the conclusion of the work, a comparative analysis of the proposed approaches was carried out, and the comparison was made between the forecasts and actual figures.

Keywords

currency exchange rate, interdependence, Copula function, interval forecast

Funding

The research was carried out with the plan of IEIE SB RAS, project XI.173.1.1. № АААА-А17-117022250125-4

For citation

Busygin S. V., Sharypov R. O. Copula Approach in Multivariate Exchange Rate Analysis of Developing Countries in Eastern Europe. *World of Economics and Management*, 2019, vol. 19, no. 3, p. 58–72. (in Russ.) DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-3-58-72

Введение

В настоящее время по мере осознания странами необходимости ухода во внешней торговле от расчетов, основанных на единой валюте – долларе США, подчеркивается важность выявления зависимости мировых валют. Решение данного вопроса напрямую связано с экономической безопасностью стран и их внутренней финансовой устойчивостью. В связи с этим приобретает особый интерес анализ взаимосвязи валют на мировом валютном рынке, адекватная оценка их совместного поведения.

В последнее время исследования, посвященные моделированию внутренней зависимости системы показателей, используют аппарат копула-функций, который обращается к статистике, эконометрике, финансам, биологии и пр. Фундаментальная идея копул заключается в представлении совместного распределения набора показателей в виде двух компонент: первая отвечает за частное поведение этих показателей, а вторая определяет характер зависимости между ними.

Существенным преимуществом копул по сравнению с другими методами, использующимися в моделировании и анализе поведения финансовых активов, является его гибкость – возможность построения разнообразных нелинейных структур зависимости между исследуемыми рядами данных, в то время как большинство эконометрических моделей так или иначе сводится к линейным.

В данной работе моделируется структура зависимости валютных курсов трех развивающихся стран Европы (Чехии, Польши, Венгрии) в период 2007–2017 гг. Выбор именно этих стран обусловлен в первую очередь тем, что их валюта должна в меньшей степени зависеть от доллара, чем, к примеру, евро. Однако их географическая близость и тесное сотрудничество, по всей видимости, отражается в зависимости валютных курсов.

Целью настоящей работы является исследование совместного поведения курсов указанных валют с использованием различных моделей (классов) копула-функций. Моделирование разбивается на следующие этапы:

- подготовка и предварительная обработка данных для применения подхода;
- оценивание трехмерных копул на основе полученных данных и их сравнение;
- анализ полученной структуры зависимости валют в соответствии с выбранной моделью;
- построение точечного и интервального прогноза значений курсов валют.

В работе продемонстрированы два способа построения интервальных оценок с использованием «огибающей» функции и «поправочного» множителя. Сравнение моделей происходило на основе информационных критериев Акаике и Байеса. Кроме того, для контроля качества рассчитывалось количество «пробоев» (выходов за пределы интервального прогноза). Проведенное исследование показало, что в рассматриваемом периоде наилучшим образом проявила себя «ветвящаяся модель» копул (Vine copulas). Полученные результаты достаточно близки к тому, что можно увидеть в работе [1].

Теоретические основы

Бурное развитие теории копул приходится на конец XX – начало XXI в., и ее относительно широкое распространение в настоящий момент отнюдь не случайно. Осознание того, что далеко не любое совместное поведение набора показателей может быть подчинено или даже приблизительно подчинено многомерному нормальному закону, подтолкнуло исследователей к поиску более адекватных способов описания моделей, для которых характер зависимости между показателями представляется существенным. Теория копула-функций, в частности, призвана восполнить этот недостаток.

Первые исследования о возможностях применения теории копула-функций в финансовой области в основном были направлены на оценивание рисков. В частности, многими авторами было установлено, что при работе с финансовыми данными не стоит слепо полагаться на коэффициент корреляции Пирсона как показатель их взаимосвязи, что можно увидеть, например, в [2].

В настоящее время существует большое количество работ по портфельному анализу, включающему возможность применения копула-функций, где основной идеей служит более тонкий учет зависимости между рассматриваемыми финансовыми активами. Довольно простая и наглядная реализация такого подхода есть в [3].

В работе [4] впервые предложен подход с оценкой и использованием динамических моделей копул (или условных копул). Тем самым положено начало технически сложных моделей с изменяющимися во времени параметрами. В дальнейшем большую популярность среди них набрали GAS-модели, которые были введены в [5].

В работах [6–8] рассмотрены различные классы нелинейных копула-моделей, описаны механизмы подгонки и дальнейшей диагностики выбранной модели, а также уделено внимание вопросу построения прогноза.

Среди русскоязычных работ довольно популярной является [9]. Ее автор сравнивал эффективность использования некоторых моделей копул применительно к оцениванию рисков инвестиционного портфеля.

Копула-функция по сути представляет собой многомерную функцию распределения с той лишь разницей, что ее область определения ограничивается единичным гиперкубом. Теоретической основой теории копул выступает теорема Шкляра [10], исчерпывающая связь между копулами и многомерными функциями распределения. Она формулируется следующим образом.

1. Пусть H(.) – n-мерная функция распределения с частными распределениями $F_1(.), \dots, F_n(.)$. Тогда существует n-мерная копула-функция C(.) такая, что $H(x_1 \dots x_n) = C[F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)]$.

2. Обратно: если C(.) – копула-функция, а $F_1(.), \dots, F_n(.)$ – некоторые одномерные функции распределения, то функция H(.) является совместной функцией распределения с одномерными распределениями $F_1(.), \dots, F_n(.)$.

На текущий момент известно множество разнообразных моделей зависимости, базирующихся на основе копул. Их можно классифицировать по-разному: различают невложенные и вложенные модели эллиптического, архимедова типа и др. Среди вложенных моделей могут встречаться конструкции, состоящие из нескольких видов копул как внутри одного типа, так и нескольких различных типов. Так, в структуре по ветвящейся модели совместная плотность распределения представляется в виде декомпозиции на условные плотности распределения некоторых пар из множества всех компонент искомого набора, причем плотности распределения каждой пары не обязательно должны принадлежать одному и тому же семейству / классу. Одной из признанных работ по копула-функциям является [11].

Эллиптические копула-функции представляют собой класс симметричных распределений, которые популярны в экономических исследованиях, и они имеют много общих свойств с нормальным гауссовым распределением. С их помощью зачастую удается моделировать многомерные экстремальные события и получать распределения с бо́льшим эксцессом, чем эксцесс нормального распределения, а также получать более «тяжелые хвосты». Среди этого класса наиболее популярны такие семейства, как нормальные (гауссовы), копулы Стьюдента, Коши и др.

Архимедовы копула-функции обеспечивают аналитическую гибкость и широкий спектр разнообразных мер зависимости. Неоспоримыми достоинствами копул данного типа являются простота их построения, в том числе с вычислительной точки зрения; обширный спектр доступных параметрических семейств; не обязательное наличие радиальной симметрии (в отличие от копул эллиптического типа). Кроме того, существуют вложенные системы копул (вложенные конструкции) в рамках одного параметрического семейства: это так называемые частично или полностью вложенные архимедовы конструкции, а также кендалловы иерархические копулы. Наиболее распространенные семейства данного типа: копулы Гумбеля, Франка, Клейтона, Джо и др.

Особый интерес вызывают структуры зависимости на базе разложения плотности многомерного распределения в виде произведения плотностей парных (условных) копул (ветвящаяся модель). Парные копула-функции дают возможность получения более гибкой структуры зависимости анализируемых показателей, однако не всегда оказываются более точными, чем «более простые» структуры. Так, в работе [12] использование копулы Стьюдента дало более точные результаты.

Существенную роль в разложении играет выбор порядка, т. е. последовательности компонент случайного вектора. В этом смысле удобным является иллюстративное изображение процесса в виде набора вложенных деревьев с неориентированными ребрами – ветвизации. Более подробное описание можно найти, например, в [13–15].

В n-мерном случае ветвизация характеризуется $(n-1)$ деревьями так, что j-е дерево имеет $(n+1-j)$ узлов и $n-j$ ребер. Каждое ребро соответствует плотности некоторой парной копула-функции, а ребра j-го дерева становятся узлами $j+1$-дерева. Два узла $j+1$-го дерева связаны ребром, если связаны соответствующие ребра j-го дерева. Обозначим j-е дерево величиной T_j. Существует два вида ветвлений.

Каноническая ветвизация: каждое дерево имеет единственный узел. Такой тип представления дает преимущества, когда нужно выделить некоторую ключевую переменную. На рис. 1 таковой является первая переменная: она связана с оставшимися двумя переменными в представлении в виде дерева T_1. В свою очередь, дерево T_2 содержит одну связь между парами компонент 1,2 и 1,3. Входящая в обе пары компонента 1 выступает как условие в связке с помощью копулы.

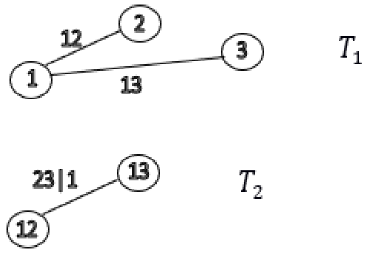

Рис. 1. Пример канонического ветвления
для разложения на парные копулы при $n = 3$
Fig. 1. The example of canonical vine copula derivation
(pair-copula decomposition with $n = 3$)

D-ветвизация: здесь каждый узел любого из деревьев соединен не более чем с двумя ребрами. Пример подобного разложения представлен на рис. 2.

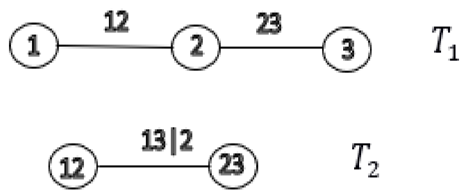

Рис. 2. Пример D-ветвления
для разложения на парные копулы при $n = 3$
Fig. 2. The example of D-vine copula derivation with $n = 3$

В итоге из всего множества моделей копул и соответствующих структур взаимосвязей должна быть выбрана наиболее правдоподобная структура, наилучшим образом описывающая данные. В работе выбор модельной копулы осуществляется на основе информационных критериев Акаике и Байеса (AIC, BIC).

Данные и методы

В качестве исходной информации рассматриваются ежедневные данные курсов венгерского форинта, польского злотого и чешской кроны по отношению к рублю за период 30.11.2007 – 31.10.2017. Источником информации служил сайт ЦБ РФ [1].

Применение копула-функций как метода анализа опирается на понятие выборки, что естественным образом накладывает некоторые ограничения на входные данные. Это означает, что каждый из рассматриваемых показателей не должен изменять свои характеристики во времени. Мы будем опираться на понятие стационарности в широком смысле, добиваясь неизменности математических ожиданий и дисперсий показателя в различные моменты времени. Для избавления от тренда достаточно перейти к первым разностям. Предварительно осуществим переход к логарифмической шкале. Таким образом, рассмотрим преобразование вида

$$y_t = ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right),$$

где x_t – исходный показатель валютного курса. Ряд y_t зачастую называют логарифмической доходностью или просто лог-доходностью.

Что касается неизменности дисперсий, или, иначе говоря, однородности, то одним из надежных способов может служить рассмотрение остатков модели с условной гетероскедастичностью (GARCH-модели) и последующая их нормировка на величину условной дисперсии. В большинстве случаев для достижения желаемой однородности достаточно взятия GARCH(1,1) модели, которая записывается следующим образом:

$$\sigma_t^2 = w + \delta\sigma_{t-1}^2 + \gamma\varepsilon_{t-1}^2,$$

где $y_t = \varepsilon_t$ – нормальный или стьюдентовский белый шум с условной дисперсией σ_t^2, w – некоторая константа. В таком случае $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_t^2}}$ позволит перейти к однородным данным с неизменной во времени дисперсией.

[1] Сайт Центрального Банка РФ: https://www.cbr.ru

Использование GARCH-модели на предыдущем этапе уже налагает ограничение на выбор аппроксимирующего распределения: оно должно быть либо гауссовским (нормальным), либо стьюдентовским. При работе с финансовыми показателями второе является более предпочтительным в силу феномена «тяжелых хвостов» [16]. Оценка параметров распределения Стьюдента проводилась методом максимального правдоподобия.

На следующем этапе проводилось моделирование зависимости между преобразованными показателями валютных курсов на основе копул из семейств эллиптического и архимедова типов, а также с помощью конструкций из парных копул.

Приведем примеры широко распространенных двумерных семейств копула-функций архимедова типа:

1) копула Клейтона – $C(u_1, u_2;\ \alpha) = max\left[(u_1^{\alpha} + u_2^{\alpha})^{-\frac{1}{\alpha}}, 0\right]$;
2) копула Франка – $C(u_1, u_2;\ \alpha) = -\frac{1}{\alpha}\ln\left[1 + \frac{(e^{-\alpha u_1}-1)(e^{-\alpha u_2}-1)}{e^{-\alpha}-1}\right]$;
3) копула Гумбеля – $C(u_1, u_2;\ \alpha) = exp\left\{-[(-\ln u_1)^{\alpha} + (-\ln u_2)^{\alpha}]^{1/\alpha}\right\}$.

Примеры конструкций из парных копул были даны в предыдущем разделе. При построении таких конструкций в работе использован алгоритм поиска наиболее подходящей ветвящейся структуры на основе информационных критериев.

Оценивание моделей копул

Все вычисления и статистические тесты произведены в программной среде языка R. В качестве руководства использовались материалы [16–18]. Следуя теоретическому подходу, описанному выше, сперва мы моделируем частные распределения валютных курсов.

В табл. 1 представлены результаты оценивания параметров модели GARCH(1,1), применяемой к рядам, выраженным в виде лог-доходности, и имеющей вид

$$\sigma_t^2 = w + \delta\sigma_{t-1}^2 + \gamma\varepsilon_{t-1}^2.$$

Таблица 1

Результаты оценивания GARGH-модели

Table 1

Estimation of GARGH-model

Валютный курс	w	δ	γ
Венгерский форинт (HUF)	$216 * 10^{-8}$	0,827	0,164
Польский злотый (PLN)	$226 * 10^{-8}$	0,815	0,171
Чешская крона (CZK)	$418 * 10^{-8}$	0,785	0,175

На основе полученных оценок вычисляются нормированные на условное стандартное отклонение остатки – $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_t^2}}$. В дальнейшем производится оценка параметров скошенного распределения Стьюдента с плотностью:

$$f^{skew}(y, \mu) = \frac{2}{\mu + \frac{1}{\mu}}\Big(f(^{y}/_{\mu})I(y \geq 0) + (f(y\mu)I(y \leq 0)\Big),$$

где f – плотность обычного распределения Стьюдента.

Таблица 2

Оценка параметров скошенного распределения Стьюдента

Table 2

Estimation of *t*-student derivation

Валютный курс	Количество степеней свободы	Параметр скошенности
Венгерский форинт (HUF)	6,87	0,97
Польский злотый (PLN)	6,996	0,96
Чешская крона (CZK)	6,24	1,04

Исходя из полученных результатов (см. табл. 2), видим, что параметры скошенности близки к 1, поэтому в дальнейшем используем нескошенный вариант распределения Стьюдента (табл. 3).

Таблица 3

Оценка параметра (нескошенного) распределения Стьюдента

Table 3

Estimation of non-tapered student derivation

Выборка	Количество степеней свободы
Венгерский форинт (HUF)	6,87
Польский злотый (PLN)	6,96
Чешская крона (CZK)	6,23

На основе полученных выводов о частных распределениях показателей рассчитываются оценки параметров семейств копула-функций (табл. 4).

Таблица 4.

Оценка параметров некоторых копул

Table 4

Copulas parameter estimation

Вид копулы	Количество степеней свободы	Параметр	
		(ρ)	(α)
Копула эллиптического типа			
Стьюдента	3,29	0,88	
Копула архимедова типа			
Гумбеля			2,87
Франка			9,7
Клейтона			2,52

Выбор наиболее подходящей модели базируется на основе информационных критериев Байеса и Акаике (табл. 5).

Таблица 5

Результаты информационных тестов при выборе модели

Table 5

The results of model selection information tests

Тест	Копула				
	Стьюдента	Нормальная	Гумбеля	Франка	Клейтона
Логарифм правдоподобия	2716	2468	2485	2427	1960
AIC	–5430	–4934	–4968	–4852	–3918
BIC	–5424,4	–4928,4	–4962,4	–4846,4	–3912,4

Таким образом, среди рассмотренных семейств наилучшей моделью является копула-функция Стьюдента с 3,3 степеней свободы и параметром ковариационной матрицы компонент, равным 0,88. Для эллиптических моделей копул значение параметра может трактоваться как мера взаимозависимости рассматриваемых компонент, и в силу симметричности семейств этого типа дает единую характеристику взаимосвязи. Величина показателя представляется высокой, что свидетельствует о сильной внутренней взаимосвязи между курсами валют.

Вполне естественно предположить, что наличие подобной симметрии – довольно существенное ограничение, которое дает лишь усредненное впечатление о взаимосвязи. Обратимся к конструкции из парных копул, имеющей более тонкую настройку характеристик взаимозависимости.

В результате работы алгоритма перебора на поиск наиболее правдоподобной структуры ветвящейся системы копул была выявлена модель ветвизации, изображенная на рис. 3, при этом характеристики парных (условных и безусловных) копул даны в табл. 6. Нумерация валют здесь следующая: 1 – венгерский форинт, 2 – польский злотый, 3 – чешская крона.

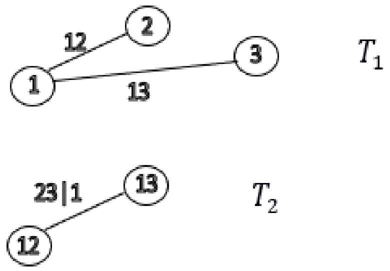

Рис. 3. Графическое представление наиболее подходящей конструкции из парных копул
Fig. 3. Graphic presentation of the most suitable pair-Coupla constructions

Таблица 6.

Оценка параметров ветвящейся модели

Table 6

Vine model parameter estimation

Ребро (парная копула)	Распределение	Параметр копулы	Число степеней свободы
1,3	Стьюдента	0,86	2,75
1,2	Стьюдента	0,88	2,94
2,3	Стьюдента	0,87	2,83

Таким образом, были получены примерно такие же оценки параметров, что и для эллиптических моделей. Это, в частности, свидетельствует об устойчивости результата.

Построение прогноза

Точечный прогноз по копула-модели обладает серьезным недостатком: это случайная траектория, которая способна сильно варьироваться от случая к случаю. С другой стороны, рассмотрение математического ожидания (средних значений по достаточно большому количеству траекторий) не является привлекательным, так как оно и так известно и лишь предсказывает отсутствие каких-либо изменений. В этом смысле более разумным и наглядным использованием модели служит прогноз интервальный. В работе предложено два подхода к его построению. Оба подхода опираются на моделирование траекторий, т. е. наборов трехмерных наблюдений, каждое из которых представляет собой реализацию многомерной случайной величины. С моделированием наблюдений из n-мерной копулы Стьюдента можно ознакомиться, например, в [13].

Прогноз с использованием поправочного множителя

1. Методом Монте-Карло генерируется $n = 1000$ «траекторий» по модели, каждая из траекторий представляет собой 30 прогнозных значений курсов на 30 дней вперед.

2. Для выбранного i-го дня соответствующие 1000 значений упорядочиваются, и выбираются 26 и 974 значения. Обозначим их через $x_{i,min}$ и $x_{i,max}$. Выбор этих порядковых статистик обусловлен тем, чтобы итоговый интервал прогноза содержал 95 % всех генераций. В дальнейшем они используются как верхние и нижние прогнозные значения на соответствующий день.

3. Ввиду того что GARCH-модель оказывается непригодна для значений, представляющих собой только экстремальные выбросы, предпринимается попытка ввести сглаживающий поправочный множитель. Его идея состоит в следующем.

Пусть каждая генерация состоит из n значений; если выброс появился при малом количестве значений, то он должен быть «оштрафован» («нормирован») сильно, если же он появляется при большем количестве значений, то мы будем «штрафовать» его слабее, и т. д. Соответственно надо это значение делить на такую поправочную функцию, которая с ростом n растет все медленнее и медленнее. Примеры таких поправок: $f(n) = \alpha\sqrt{n}$, $f(n) = \alpha\ln(n)$. Поправочная функция выбирается эмпирически и на данный момент не придумано универсального способа ее подбора.

Результаты построения прогноза с множителем $f(n) = \sqrt{n}$ представлены на рис. 4–6.

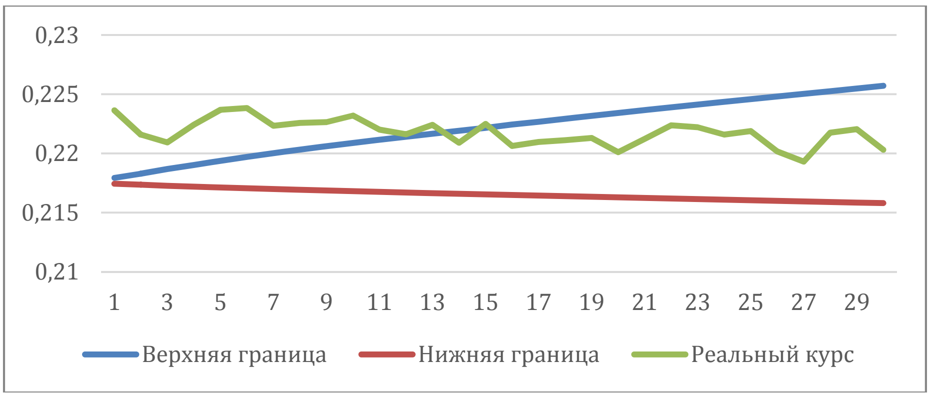

Рис. 4. Интервальный прогноз для курса венгерского форинта
Fig. 4. Interval forecast for HUF exchange rate

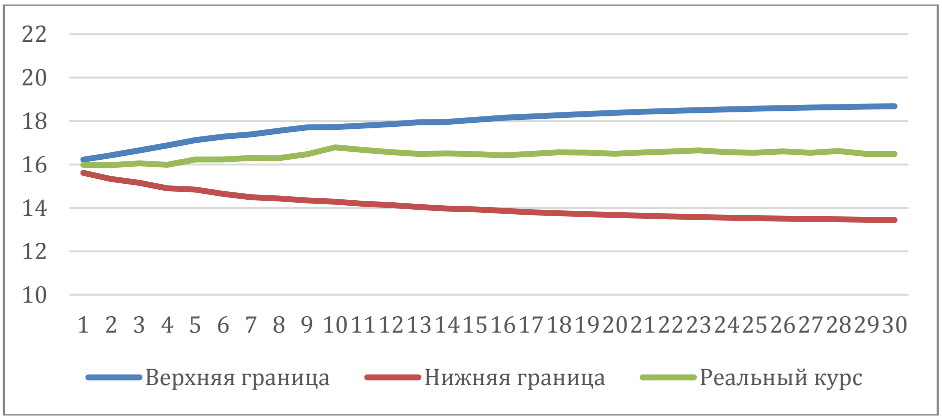

Рис. 5. Интервальный прогноз для курса польского злотого
Fig. 5. Interval forecast for PLN exchange rate

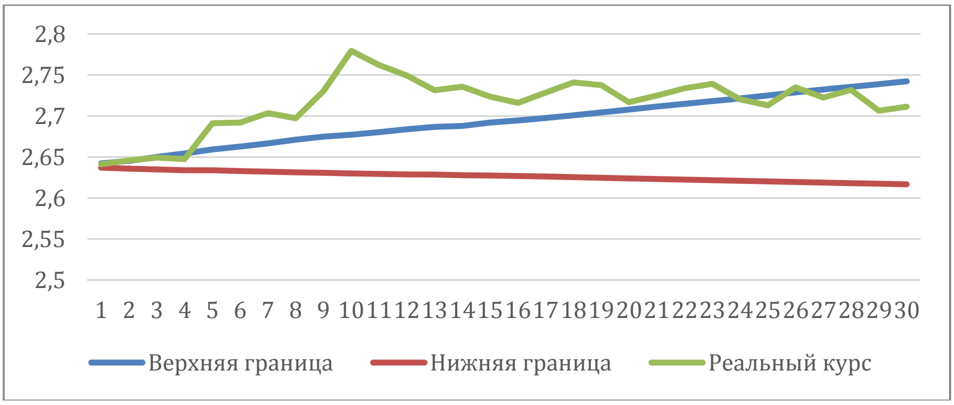

Рис. 6. Интервальный прогноз для курса чешской кроны
Fig. 6. Interval forecast for CZK exchange rate

Как видно из рис. 4 и 6, около половины всех фактических значений выпадают за пределы интервала, в то время как на рис. 5 фактические значения целиком заключены внутри. Причем значительная часть «пробоев» приходится на начало прогнозного периода – в первую треть месяца. Таким образом, краеугольным камнем данного подхода выступает адекватный подбор поправочной функции.

Прогноз с использованием огибающей функции

В отличие от предыдущего подхода добиваемся того, чтобы каждая сгенерированная траектория служила точечным прогнозом обменного курса. Для этого необходимо восстановить прогнозные значения в исходной шкале, т. е. произвести обратное преобразование с использованием GARCH-модели с последующим суммированием и потенцированием ряда.

Затем, по каждому дню следует выбрать нижнюю и верхнюю границы в зависимости от желаемого уровня значимости. Так, для симметричного 90 %-го интервала стоит выбросить 5 % нижних и 5 % верхних значений. В некоторых случаях оправдано намеренное завышение уровня значимости, поскольку исходная копула-модель может иметь недостаточно высокую точность аппроксимации. На рис. 7–10 представлены результаты прогноза с 20 %-м уровнем значимости, который завышен в силу недостаточной точности исходной копула-модели.

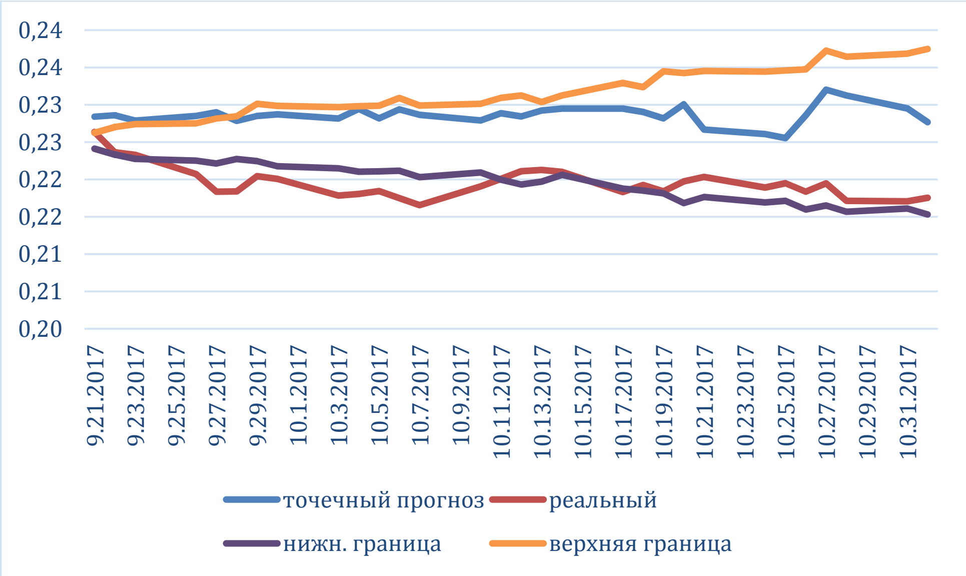

Рис. 7. Интервальный прогноз для курса венгерского форинта
Fig. 7. Interval forecast for HUF exchange rate

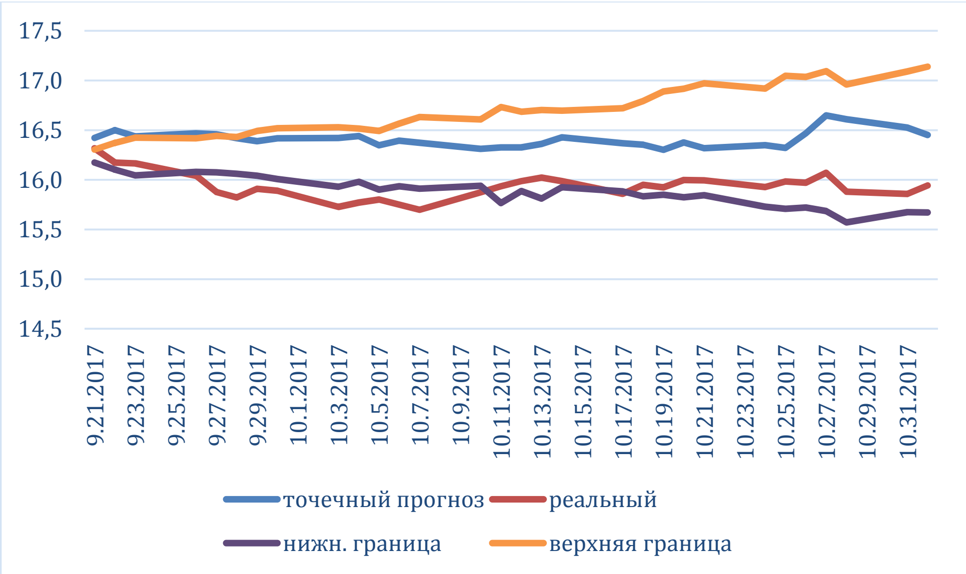

Рис. 8. Интервальный прогноз для курса польского злотого
Fig. 8. Interval forecast for PLN exchange rate

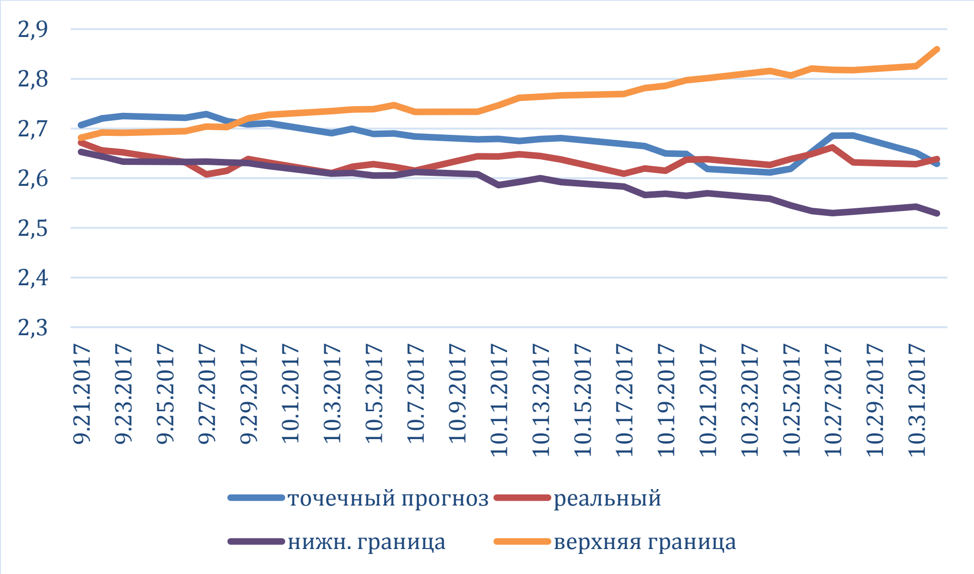

Рис. 9. Интервальный прогноз для курса чешской кроны
Fig. 9. Interval forecast for CZK exchange rate

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что данный подход с огибающей функцией представляется более надежным прогнозным инструментом, нежели чем использование поправочного множителя. Относительное количество выходов за пределы интервала существенно ниже.

Заключение

В работе рассмотрены некоторые популярные семейства копул в приложении к моделированию валютных курсов Венгрии, Польши и Чехии, и предпринята попытка построения интервального прогноза с горизонтом в 30 дней. В процессе выбора наиболее подходящей в классе симметричных моделей взаимозависимости была отобрана модель ветвящейся системы копул с парными копула-функциями Стьюдента. Однако гибкая ветвящаяся система не сильно превзошла трехмерную копулу Стьюдента с точки зрения качества подгонки данных. В целом наблюдается высокая степень взаимозависимости рассматриваемых курсов, оцениваемая в среднем по модели коэффициентом 0,87, что указывается на высокую степень взаимосвязи.

Из двух предложенных методов построения интервального прогноза более точным является подход с огибающей функцией, который представляется более надежным в силу отсутствия проблемы подбора поправочной функции.

Существенным недостатком используемой в работе методики является предположение о симметричности характера взаимосвязи между исследуемыми валютными курсами. Это значит, что изменение одного из них на некоторую величину влияет на другой показатель в точности так же, как и изменение другого показателя на эту же величину влияет на первый показатель.

Предположение о симметрии в поведении обменных валютных курсов представляет достаточно грубое условие, вследствие чего полученные результаты могут быть неточными, так как происходит «усреднение» взаимовлияния через симметризацию. В дальнейшем планируется модифицировать подход, пополнив наиболее устоявшийся инструментарий классом асимметричных копул, что позволит уточнить полученные результаты.

Список литературы

1. **Грошев О.** Непостоянные во времени вьющиеся копулы в многомерном анализе доходностей // Квантиль. 2014. № 12. С. 53–67.
2. **Embrechts P., Dias A.** Dynamic copula models for multivariate high-frequence data in finance. Preprint. University of Warwick, UK, 2014. URL: https://warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/subjects/finance/research/wpaperseries/wf06-250.pdf
3. **Deng L., Ma C., Yang W.** Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model. *Systems Engineering Procedia*, 2011, vol. 2, p. 171–181 DOI 10.1016/j.sepro.2011.10.020
4. **Patton A. J.** Copula Methods for Forecasting Multivariate Time Series. *Elsevier B.V., Handbook of Economic Forecasting*, 2013. vol. 2, pt. B, p. 899–960. DOI 10.1016/B978-0-444-62731-5.00016-6
5. **Creal D., Koopman S. J., Lucas A.** Generalized autoregressive score models with applications. *Journal of Applied Econometrics*, 2013, vol. 28, p. 777–795. DOI 10.1002/jae.1279
6. **Genest C., Remillard B., Beaudoin D.** Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2009, vol. 44, no. 2, p. 199–213.
7. **Chen Y.-T.** Moment Tests for Density Forecast Evaluation in the Presence of Parameter Estimation Uncertainty. *Journal of Forecasting*, 2011, vol. 30, p. 409–450.
8. **Rivers D., Vuong Q.** Model Selection Tests for Nonlinear Dynamic Models. *The Econometrics Journal*, 2002, vol. 5, no. 1, p. 1–39. DOI 10.1111/1368-423X.t01-1-00071
9. **Penikas H.** Hierarchical copulas in investment portfolio risk modeling. *Applied Econometrics*, 2014, vol. 35, no. 3, p. 18–38.
10. **Sklar A.** Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris*, 1959, vol. 8, p. 229–231.
11. **Nelsen R. B.** An introduction to Copulas. New York, Springer, 2006, 276 p.
12. **Антонов И. Н., Князев А. Г., Лепёхин О. А.** Копулярные модели совместного распределения курсов валют // Мир экономики и управления. 2016. Т. 16, № 4. С. 20–38.
13. **Фантаццини Д.** Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. Часть 1 // Прикладная эконометрика. 2011. № 2 (22). С. 98–134.
14. **Пеникас Г. И.** Модели «копула» в приложении к задачам финансов // Журнал Новой экономической ассоциации. 2010. № 7. С. 24–44.
15. **Благовещенский Ю. Н.** Основные элементы теории копул // Прикладная эконометрика. 2012. № 2 (26). С. 113–130.
16. **Brechmann E. C., Schepsmeier U.** Modeling Dependence with C- and D-Vine Copulas: The R Package CDVine. *Journal of Statistical Software*, 2013, vol. 52 (3), p. 1–27.
17. **Yan J.** Enjoy the Joy of Copulas: With a Package copula. *Journal of Statistical Software*, 2007, vol. 21 (4), p. 1–21. http://www.jstatsoft.org/v21/i04/.
18. **Kojadinovic I., Yan J.** Modeling Multivariate Distributions with Continuous Margins Using the copula R Package. *Journal of Statistical Software*, 2010, Vol. 34 (9), p. 1–20. http://www.jstatsoft.org/v34/i09/.

References

1. **Groshev O.** Time varying vine copulas for multivariate returns. *Quantile*, 2014, то. 12, p. 53–67. (in Russ.)
2. **Embrechts P., Dias A.** Dynamic copula models for multivariate high-frequence data in finance. Preprint. University of Warwick, UK, 2014. URL: https://warwick.ac.uk/fac/soc/wbs/subjects/finance/research/wpaperseries/wf06-250.pdf

3. **Deng L., Ma C., Yang W.** Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model. *Systems Engineering Procedia*, 2011, vol. 2, p. 171–181 DOI 10.1016/j.sepro.2011.10.020
4. **Patton A. J.** Copula Methods for Forecasting Multivariate Time Series. *Elsevier B.V., Handbook of Economic Forecasting*, 2013. vol. 2, pt. B, p. 899–960. DOI 10.1016/B978-0-444-62731-5.00016-6
5. **Creal D., Koopman S. J., Lucas A.** Generalized autoregressive score models with applications. *Journal of Applied Econometrics*, 2013, vol. 28, p. 777–795. DOI 10.1002/jae.1279
6. **Genest C., Remillard B., Beaudoin D.** Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2009, vol. 44, no. 2, p. 199–213.
7. **Chen Y.-T.** Moment Tests for Density Forecast Evaluation in the Presence of Parameter Estimation Uncertainty. *Journal of Forecasting*, 2011, vol. 30, p. 409–450.
8. **Rivers D., Vuong Q.** Model Selection Tests for Nonlinear Dynamic Models. *The Econometrics Journal*, 2002, vol. 5, no. 1, p. 1–39. DOI 10.1111/1368-423X.t01-1-00071
9. **Penikas H.** Hierarchical copulas in investment portfolio risk modeling. *Applied Econometrics*, 2014, vol. 35, no. 3, p. 18–38.
10. **Sklar A.** Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris*, 1959, vol. 8, p. 229–231.
11. **Nelsen R. B.** An introduction to Copulas. New York, Springer, 2006, 276 p.
12. **Antonov I. N., Knyazev A. G., Lepekhin O. A.** Copula models of the joint distribution of exchange rates. *World of Economics and Management*, 2016, vol. 16, no. 4, p. 20–38. (in Russ.)
13. **Fantazzini D.** Analysis of Multidimensional Probability Distributions with Copula Functions. Part 1. *Applied Econometrics*, 2011, vol. 22, no. 2, p. 98–134 (in Russ.)
14. **Penikas H.** Financial applications of copula-models. *Journal of the New Economic Association*, 2010, no. 7, p. 24–44 (in Russ.)
15. **Blagoveschensky Yu.** Basics of copula's theory. *Applied Econometrics*, 2012, no. 26 (2), p. 113–130 (in Russ.)
16. **Brechmann E. C., Schepsmeier U.** Modeling Dependence with C- and D-Vine Copulas: The R Package CDVine. *Journal of Statistical Software*, 2013, vol. 52 (3), p. 1–27.
17. **Yan J.** Enjoy the Joy of Copulas: With a Package copula. *Journal of Statistical Software*, 2007, vol. 21 (4), p. 1–21. http://www.jstatsoft.org/v21/i04/.
18. **Kojadinovic I., Yan J.** Modeling Multivariate Distributions with Continuous Margins Using the copula R Package. *Journal of Statistical Software*, 2010, Vol. 34 (9), p. 1–20. http://www.jstatsoft.org/v34/i09/.

Материал поступил в редколлегию
Received
14.05.2019

Сведения об авторах

Бусыгин Сергей Владимирович, старший преподаватель, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия), младший научный сотрудник, Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН (пр. Академика Лаврентьева, 17, Новосибирск, 630090, Россия)

sergei257@gmail.com
ORCID 0000-0002-2632-3575
SPIN РИНЦ 8439-0386

Шарыпов Роман Олегович, студент, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, Россия, 630090)

sharypovr@mail.ru

Information about the Authors

Sergei V. Busygin, Senior Lecturer, Novosibirsk State University (1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation), Junior Researcher, Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS (17 Academician Lavrentiev Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

sergei257@gmail.com
ORCID 0000-0002-2632-3575
SPIN РИНЦ 8439-0386

Roman O. Sharypov, student, Novosibirsk state university (1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

sharypovr@mail.ru