

Научная статья

УДК 338.28; 51-77

JEL D810; L710; Q350

DOI 10.25205/2542-0429-2024-24-4-77-100

Рента Коццолино как эффективный инструмент торга при долевом финансировании проекта с вероятностным исходом

Сергей Юрьевич Ковалев¹
Инна Юрьевна Блам²

Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН
Новосибирск, Россия

¹kovalev.2009@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0002-7516-5091>

²inna@ieie.nsc.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7040-3540>

Аннотация

В работе представлен анализ торга между соинвесторами проекта с ярко выраженным вероятностным исходом, когда предпочтения участников торга описываются критерием Коццолино, что является актуальным, например, при долевом финансировании геологоразведочных работ на нефть и газ. Показано, что любое эффективное по Парето распределение вероятностных денежных потоков достигается путем их раздела пропорционально индивидуальным значениям параметра «терпимость к риску», причем выход на Парето-границу соответствует максимизации некоторой синергетической денежной оценки проекта, которую предлагается назвать «рентой Коццолино». Торг между рациональными инвесторами, выявляющий различия в их переговорной силе, происходит лишь по поводу перераспределения этой суммарной ренты с помощью паушальных платежей. Правило максимизации ренты Коццолино может быть использовано при анализе торга по поводу долевого финансирования проектов любой степени сложности – от мероприятий с простым бинарным исходом до комплексных предприятий, подразумевающих управление несколькими взаимосвязанными рискованными активами как реальными опционами.

Ключевые слова

нефть и газ, разведка и добыча, экономический риск, неприятие риска, стоимостная оценка проектов, оптимальная доля участия в проекте, торг, критерий Коццолино

Финансирование

Исследование выполнено в рамках проекта НИР ИЭОПП СО РАН «Ресурсные территории Востока России и Арктической зоны: особенности процессов взаимодействия и обеспечения связанности региональных экономик в условиях современных научно-технологических и социальных вызовов» (№ 121040100278–8).

© Ковалев С. Ю., Блам И. Ю., 2024

Для цитирования

Ковалев С. Ю., Блам И. Ю. Рента Коццолино как эффективный инструмент торга при долевом финансировании проекта с вероятностным исходом // Мир экономики и управления. 2024. Т. 24, № 4. С. 77–100. DOI 10.25205/2542-0429-2024-24-4-77-100

The Cozzolino Rent as an Efficient Tool of Bargaining for the Terms of Shared Financing of a Project with a Probabilistic Outcome

Sergey Yu. Kovalev¹, Inna Yu. Blam²

Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

¹kovalev.2009@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0002-7516-5091>,

²inna@ieie.nsc.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7040-3540>

Abstract

An analysis is presented of equilibrium bargaining solutions to the problem of the working interest distribution in a risky project amongst co-investors whose preferences are described by the Cozzolino formula. A typical project could be an oil or gas exploration venture. It is shown that any Pareto-efficient distribution of the project cash flows can be achieved by dividing the working interest among the partners proportionally to individual risk tolerance values, which is equivalent to the maximization of a synergetic valuation measure that we propose to call the Cozzolino Rent. This Cozzolino Rent then can be re-distributed among the partners according to their bargaining power. Applications of the proposed approach to the group financing of ventures of various complexity are presented including projects with simple binary outcome and complex projects that require managing several inter-related risky assets as real options.

Keywords

upstream oil and gas, hydrocarbon exploration, economic risk, risk aversion, project evaluation, optimal working interest, bargaining, Cozzolino formula

Funding

The research was carried out with the plan of research work of IEIE SB RAS, project “Resource-rich territories of Russia’s East and Arctic zones: peculiar processes of interaction and interconnection between regional economies under contemporary conditions of scientific-technological and social challenges”, № 121040100278-8.

For citation

Kovalev S. Yu., Blam I. Yu. The Cozzolino Rent as an Efficient Tool of Bargaining for the Terms of Shared Financing of a Project with a Probabilistic Outcome. *World of Economics and Management*, 2024, vol. 24, no. 4, pp. 77–100. (in Russ.) DOI 10.25205/2542-0429-2023-24-4-77-100

Введение

К проблеме долевого финансирования инвестиционных проектов с ярко выраженным вероятностным исходом, например, геологоразведочных работ (ГРП) на нефть и газ, можно подойти с двух сторон. Во-первых, можно рассмотреть выбор компании, участвующей сразу в нескольких проектах с целью диверсификации своего инвестиционного портфеля [1; 2]. Во-вторых, можно взять за точку отсчета какой-либо проект с заданными характеристиками и рассмотреть задачу привлечения к его финансированию достаточного числа соинвесторов, готовых рискнуть необходимыми для его осуществления денежными суммами. Первому подходу в экономической литературе традиционно уделяется гораздо больше вни-

мания, чем второму. Так, в типичном для проектов ГРП случае, когда риск вложений не имеет объективной рыночной цены ввиду уникальных характеристик объекта вложений (участка недр), прикладная экономическая наука предлагает при формировании инвестиционного портфеля полагаться на единый внутрикорпоративный норматив «терпимость к риску» (risk tolerance, RT) ¹, отражающий предпочтения руководства компании. Инструментом учета этого норматива при стоимостной оценке проектов служит «критерий Коццолино»² – естественное расширение показателя «матожидание ЧДД» [4].

Второй подход в литературе проработан гораздо слабее. Прежде всего отсутствует формальное описание процесса торга между соинвесторами, чьи предпочтения характеризуются неприятием риска, по поводу размера вложений в рискованный проект и долей в будущих доходах. Все нормативные рекомендации о рациональном выборе компанией переговорной позиции в подобном торге сводятся лишь к предложению исходить из показателя «оптимальная доля участия» ($W^{\#}$), рассчитанного на основе максимизации критерия Коццолино. Практическая полезность этой рекомендации уже стала предметом дискуссии, в немалой степени по причине выявившейся на практике странной реакции расчетного значения $W^{\#}$ на изменение параметров проекта [5–7].

Таким образом, представляется актуальным провести формальный анализ равновесного исхода торга между соинвесторами рискованного проекта, которые при принятии решений исходят из максимизации критерия Коццолино. Порядок изложения будет следующий. Вначале мы докажем в виде леммы фундаментальное свойство Парето-оптимального распределения денежных потоков проекта и предложим его интерпретацию в виде правила максимизации ренты Коццолино. Затем действие этого правила будет продемонстрировано на трех примерах, различающихся вероятностными свойствами проекта, по поводу которого ведется торг, и числом участников торга. Попутно будет затронут вопрос о смысле показателя $W^{\#}$ и его действительной роли при выборе переговорной позиции участником торга.

Свойства Парето-оптимального распределения долей в рискованном проекте между соинвесторами, чьи предпочтения описываются критерием Коццолино

Лемма. Если предпочтения соинвесторов рискованного проекта описываются критерием Коццолино, то Парето-оптимальное распределение денежных потоков проекта между ними достигается путем выделения каждому вкладчику доли пропорционально его индивидуальному нормативу терпимости к риску. При соблюдении этого правила сумма индивидуальных стоимостных оценок соинвесторами своих долей в проекте оказывается максимальной и равной стоимостной оценке

¹ Принятый в прикладной литературе показатель, обратный величине «неприятия абсолютного риска» Эрроу – Пратта [3].

² Для обозначения критерия Коццолино в статье использована аббревиатура RAV (Risk-Adjusted Value), которая применяется в литературе для обозначения и других родственных критериев.

проекта фиктивным репрезентативным инвестором, терпимость к риску которого равна сумме индивидуальных нормативов терпимости к риску.

Доказательство. Рассмотрим лотерею с K возможными исходами ($k = 1, \dots, K$). Каждый исход k характеризуется денежным выигрышем X^k и вероятностью π^k , $\left(\pi^k \geq 0, \sum_{k=1}^K \pi^k = 1 \right)$. Изучим свойства Парето-эффективного раздела выигрышей этой лотереи между I участниками ($i = 1, \dots, I$), предпочтения каждого из которых описываются критерием Коццолино:

$$RAV_i = -RT_i \cdot \ln \left[\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X_i^k}{RT_i} \right) \right], \quad (1)$$

где X_i^k – денежная выплата участнику i при исходе k .

Предельная норма замещения денежной выплаты при исходе k на денежную выплату при исходе l для участника i задана выражением:

$$\frac{\partial RAV_i / \partial X_i^k}{\partial RAV_i / \partial X_i^l} = \frac{\pi^k}{\pi^l} \exp \left(-\frac{X_i^k - X_i^l}{RT_i} \right). \quad (2)$$

Парето-эффективное распределение выплат между участниками лотереи удовлетворяет условию равенства их предельных норм замещения:

$$\frac{\hat{X}_i^k - \hat{X}_i^l}{RT_i} = \mu^{kl}, \quad \forall i = 1, \dots, I; \forall k, l = 1, \dots, K. \quad (3)$$

Таким образом, Парето-эффективные выплаты при исходах лотереи k и l для любого участника i связаны линейной зависимостью

$$\hat{X}_i^k = \hat{X}_i^l + \mu^{kl} \cdot RT_i, \quad \forall i = 1, \dots, I; \forall k, l = 1, \dots, K, \quad (4)$$

где множитель μ^{kl} один и тот же для всех i . Суммируем обе стороны этой зависимости по i и, поскольку $X^k = \sum_{i=1}^I \hat{X}_i^k$, $X^l = \sum_{i=1}^I \hat{X}_i^l$, получаем:

$$X^k = X^l + \mu^{kl} \cdot RT_{\Sigma}, \quad \text{где } RT_{\Sigma} \equiv \sum_{i=1}^I RT_i, \quad (5)$$

что позволяет выразить μ^{kl} через параметры задачи:

$$\mu^{kl} = \frac{X^k - X^l}{RT_{\Sigma}}. \quad (6)$$

Следовательно, выполнено условие

$$\hat{X}_i^k = \hat{X}_i^l + \frac{X^k - X^l}{RT_{\Sigma}} \cdot RT_i, \quad \forall i = 1, \dots, I; \forall k, l = 1, \dots, K. \quad (7)$$

³ Здесь и далее «шапочкой» (циркумфлексом) обозначены Парето-оптимальные значения переменных.

Перепишем его в виде

$$\hat{X}_i^k - X^k \cdot \frac{RT_i}{RT_\Sigma} = \hat{X}_i^k - X^l \cdot \frac{RT_i}{RT_\Sigma} \equiv Z_i, \forall i = 1, \dots, I; \forall k, l = 1, \dots, K, \quad (8)$$

где Z_i – некоторая константа. Таким образом, Парето-эффективная выплата участнику i при исходе k представляет собой сумму двух слагаемых:

$$\hat{X}_i^k = X^k \cdot \frac{RT_i}{RT_\Sigma} + Z_i, \quad (9)$$

где первое слагаемое – это оптимальная доля участника i в суммарном выигрыше лотереи при исходе k , которая, как оказалось, одинакова для всех k и определяется лишь характеризующим участника i относительным значением терпимости к риску, $\frac{RT_i}{RT_\Sigma}$. Второе слагаемое – это фиксированный платеж Z_i , не зависящий от исхода лотереи. Заметим, что Z_i могут принимать как положительные, так и отрицательные значения, но их сумма всегда равна нулю:

$$\sum_{i=1}^I Z_i = \sum_{i=1}^I \hat{X}_i^k - X^k \cdot \sum_{i=1}^I \frac{RT_i}{RT_\Sigma} = X^k - X^k = 0. \quad (10)$$

Величины Z_i играют роль перераспределительных паушальных платежей, позволяющих выбрать любую точку на Парето-границе.

Далее, подставляем Парето-эффективные значения выплат в формулу критерия Коццолино для участника i и получаем:

$$RAV_i(\hat{X}_i) = -RT_i \cdot \ln \left(\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_i} \cdot \frac{RT_i}{RT_\Sigma} - \frac{Z_i}{RT_i} \right) \right), \quad (11)$$

$$RAV_i(\hat{X}_i) = Z < -RT_i \cdot \ln \left(\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right) \right), \quad (12)$$

Просуммировав левые и правые части полученного уравнения по всем i , обнаруживаем, что выбор точки на Парето-границе представляет собой раздел между I участниками денежной суммы размером $\hat{RAV}_\Sigma$, где

$$\hat{RAV}_\Sigma \equiv \sum_{i=1}^I RAV_i(\hat{X}_i) = -RT_\Sigma \cdot \ln \left(\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right) \right) - \quad (13)$$

это стоимостная оценка рассматриваемой лотереи фиктивным инвестором с терпимостью к риску RT_Σ .

Следствие. Равновесные доли участия в проекте и рента Коццолино. Тот факт, что Парето-эффективная доля соинвестора i во всех связанных с проектом вероятностных выплатах является одной и той же и зависит лишь от значения RT_i , позволяет предложить удобную упрощенную интерпретацию Парето-границы

области торга, основанную на понятии ренты. Вместо задачи поиска Парето-оптимального распределения каждого из K вероятностных потоков проекта между I участниками торга можно рассмотреть более простую задачу максимизации суммарной денежной оценки проекта путем раздела прав собственности на проект на I долей W_i :

$$\text{Max}_{W_i} \left[\sum_{i=1}^I RAV_i(W_i) \right] \quad (14)$$

при $0 \leq W_i \leq 1, \sum_{i=1}^I W_i = 1$.

Стоимостная оценка инвестором i своей доли в проекте равна

$$RAV_i(W_i) = -RT_i \cdot \ln \left[\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{W_i \cdot X^k}{RT_i} \right) \right]. \quad (15)$$

Предельный денежный выигрыш инвестора i от его доли в проекте задан зависимостью

$$\frac{dRAV_i(W_i)}{dW_i} = \frac{\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k \exp \left(-\frac{W_i \cdot X^k}{RT_i} \right)}{\sum_{k=1}^K \pi^k \exp \left(-\frac{W_i \cdot X^k}{RT_i} \right)}. \quad (16)$$

Зависимость (16) представляет собой убывающую функцию. Свое наибольшее значение $\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k$, равное величине ЧДД проекта, она принимает при $W_i = 0$.

Ее наклон тем круче, чем меньше значение RT_i . Предполагая внутреннее решение, максимум суммарной стоимостной оценки проекта достигается при выборе $W_i = \frac{RT_i}{RT_\Sigma}$, т. е. когда предельные выигрыши всех инвесторов одинаковы:

$$\frac{dRAV_i(W_i)}{dW_i} = u = \frac{\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right)}{\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right)}, \forall i = 1, \dots, I. \quad (17)$$

Единая для всех инвесторов величина u по своему экономическому смыслу близка понятию ресурсной ренты Хотеллинга (user cost) [8], если под ограниченным ресурсом понимать право на участие в рискованном проекте. В соответствии с формулой (17), u является предельной величиной, показывающей, на какую денежную сумму изменилась бы суммарная стоимостная оценка проекта, если все связанные с ним денежные потоки увеличить на малую единицу. Однако u также описывает суммарную рентную составляющую в стоимостной оценке проекта, если всем бесконечно малым долям в правах собственности на проект приписать

одну и ту же стоимостную оценку u . Действительно, если представить, что права собственности на проект разделены на N долей (акций), то выполнено равенство $W_i = N_i/N$, где N_i – число долей, принадлежащих соинвестору i . Следовательно, $dW_i = dN_i/N$ и $u = N \cdot dRAV_i/dN_i$, т. е. u равна совокупной рыночной капитализации проекта при условии, что цена каждой акции равна $dRAV_i/dN_i$. Все вышесказанное позволяет назвать показатель u *рентой Коццолино*.

Важной особенностью ренты Коццолино является то, что она, в отличие от ресурсной ренты Хотеллинга, может быть и отрицательной, т. е. представлять собой бремя, которое должно быть каким-то образом в полном объеме распределено между соинвесторами проекта, ведь тот либо осуществляется весь целиком, либо так и остается нереализованным (рис. 8).

Рента Коццолино играет важнейшую роль, поскольку она задает базовый ориентир для переговоров, а именно: тот результат, который был бы достигнут, если бы раздел денежных потоков осуществлялся по законам рынка совершенной конкуренции, т. е. в соответствии с предельным вкладом каждого участника торга в осуществление проекта. Такое *условное конкурентное равновесие* описывается следующим образом:

1. Каждый участник i получает долю в проекте, пропорциональную его относительному неприятию риска, $\hat{W}_i = RT_i / RT_\Sigma$;
2. Каждый участник i выплачивает в общий «рентный фонд» денежную сумму $(\hat{W}_i \cdot u)$, равную произведению выделенной ему доли на величину совокупной ренты Коццолино;
3. Рентный фонд распределяется между участниками торга пропорционально начальным правам собственности на проект γ_i , где $\sum_{i=1}^I \gamma_i = 1$.

Таким образом, по итогам торга стоимостная оценка инвестором i собственного выигрыша от участия в проекте оказывается равной

$$V_i = -RT_i \cdot \ln \left[\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right) \right] + \left(\gamma_i - \frac{RT_i}{RT_\Sigma} \right) \cdot \frac{\sum_{k=1}^K X^k \cdot \pi^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right)}{\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k \cdot \exp \left(-\frac{X^k}{RT_\Sigma} \right)}, \forall i = 1, \dots, I. \quad (18)$$

В типичной ситуации, когда число участников торга невелико, исход торга правильней описывать не конкурентной рыночной моделью, а с помощью теории некооперативных игр – решением по Нэшу, решением по Калаи и Смородинскому, долями Шепли и т. п. [9–11]. В любом случае рациональная переговорная позиция участника торга состоит в том, чтобы согласиться на раздел вероятностных денежных потоков проекта пропорционально индивидуальным значениям показателя RT , а торг вести лишь по поводу размера компенсирующих паушальных платежей, позволяющих перераспределить ренту Коццолино в соответствии с соотношением переговорной силы соинвесторов.

Пример 1. Проект с бинарным исходом, двое участников торга. В качестве иллюстрации к полученным выше результатам рассмотрим пример, основанный на принятом в отраслевой литературе упрощенном представлении рискованного предприятия в виде бинарной лотереи с исходами «успех» (success) и «неудача» (failure), которым соответствуют вероятности π^s и π^f . Допустим, недропользователь X владеет лицензией на проведение ГРП стоимостью $C = 10$ млн ден. ед. на некотором участке недр. Успешный исход ГРП ($\pi^s = 20\%$) означает обнаружение запасов углеводородов рыночной ценностью $R = 100$ млн ден. ед., а неудачный ($\pi^f = 80\%$) – отсутствие коммерческих запасов и необходимость списать в убытки затраты C . X с неприятием относится к риску ($RT_X = 75$ млн ден. ед.) и, ввиду высокой неопределенности исхода данного проекта, находит партнера для его совместного осуществления – компанию Y ($RT_Y = 100$ млн ден. ед.). Между X и Y происходит торг по поводу выделения Y некоторой доли участия в проекте и размера платы за эту долю.

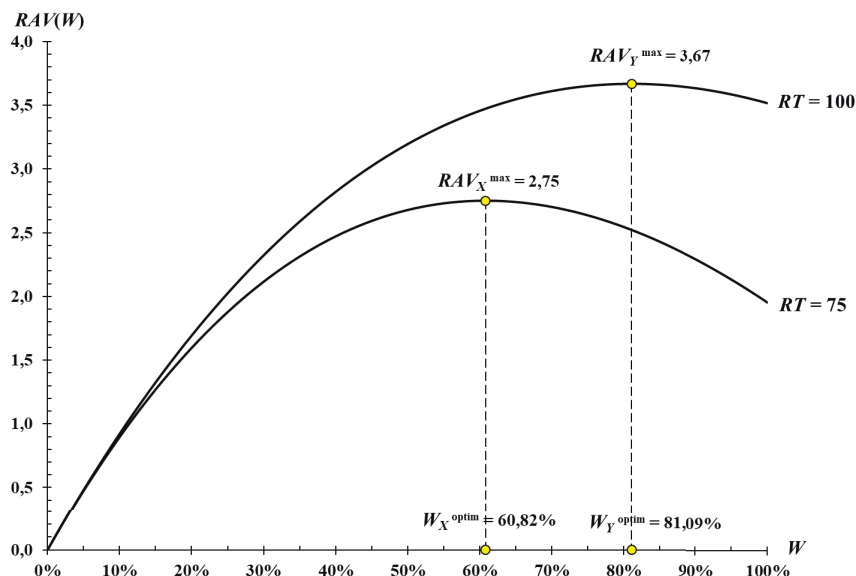


Рис. 1. Пример 1. Зависимость величины критерия Коццолино от доли участия в проекте W и степени терпимости к риску RT

Fig. 1. Case 1. Dependence of the Cozzolino risk-aversion value on the working interest, W , and the risk tolerance, RT

Начальные позиции сторон торга проиллюстрированы графиками зависимостей $RAV_X(W_X)$ и $RAV_Y(W_Y)$ на рис. 1. Графики демонстрируют, что осуществление проекта в одиночку приемлемо для X , однако он готов уступить внешнему инвестору долю в проекте, причем согласен даже приплатить, пока эта доля не превышает 39,18 %. Что касается Y , то для него участие в проекте тоже имеет положительную ценность, но в идеале он ограничился бы долей в 81,09 %.

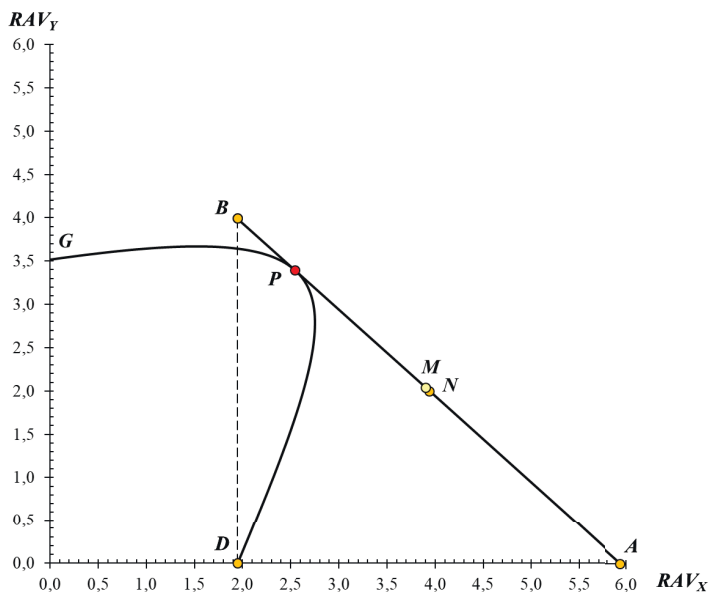


Рис. 2. Пример 1. Парето-граница и возможные исходы торга

Fig. 2. Case 1. Pareto frontier and possible bargaining solutions

На рис. 2 зависимости $RAV_X(W_X)$ и $RAV_Y(W_Y)$ объединены в кривую GD , которая является геометрическим местом всех пар значений RAV , удовлетворяющими условию $W_X + W_Y = 100\%$. В отсутствие возможности паушальных платежей именно кривая GD была бы объектом переговоров между X и Y , однако наличие такой возможности все меняет. Из всей кривой GD Парето-границе торга принадлежит лишь точка P с координатами $\hat{RAV}_X = 2,55$, $\hat{RAV}_Y = 3,39$, соответствующая распределению долей в проекте пропорционально величинам терпимости к риску: $\hat{W}_X = RT_X / (RT_X + RT_Y) = 42,86\%$, $\hat{W}_Y = RT_Y / (RT_X + RT_Y) = 57,14\%$. В этой точке прямая $RAV_X + RAV_Y = 5,94$, являющаяся Парето-границей торга, касается кривой GD , что говорит от максимизации суммы $RAV_X + RAV_Y$ в точке P . На прямой точками A , B , M , N и P отмечены несколько исходов торга, каждый из которых возможен при каком-либо предположении о механизме торга:

- точка A соответствует исходу, при котором весь ожидаемый выигрыш от осуществления проекта достается недропользователю X ; этот результат достигается путем организации аукциона, на котором инвестору Y предлагается заплатить сумму в 3,39 млн ден. ед. за 57,14%-ю долю в проекте по принципу «соглашайся либо уходи»;
- точка B соответствует исходу, при котором весь ожидаемый выигрыш от осуществления проекта достается инвестору Y ; этот результат достигается путем организации аукциона, на котором недропользователю X предлагается заплатить сумму в 0,56 млн ден. ед. за возможность избавиться от 39,18%-й доли в проекте по принципу «соглашайся либо уходи»;

- точка M соответствует исходу, при котором X как начальному владельцу прав на проект достается вся рента Коццолино в сумме 2,37 млн ден. ед.; этот результат достигается путем организации конкурентного рынка акций совместного предприятия, которому передаются права на осуществление проекта, на котором Y добровольно выкупает, а X добровольно продает 39,18 % от общего числа акций при равновесной рыночной капитализации компании 2,37 млн ден. ед.;
- точка N соответствует исходу, при котором весь ожидаемый чистый выигрыш от осуществления проекта делится пополам между X и Y , что достигается выделением долей в проекте пропорционально значениям RT и перераспределительным паушальным платежом величиной 1,40 млн ден. ед. от Y к X ; этот исход прямого торга между X и Y по поводу раздела фиксированной денежной суммы размером 5,94 млн ден. ед. предсказывает теория некооперативных игр с учетом того, что в «точке несогласия» D (см. рис. 2) X остается со своей начальной 100%-й долей в проекте, оценивая ее в 1,99 млн ден. ед., а Y не получает ничего; исход является одновременно решением и по Нэшу, и по Калаи и Смородинскому.

Альтернативная графическая иллюстрация Парето-эффективного раздела долей в рассматриваемом проекте ГРР представлена на рис. 3 диаграммой, построенной по образцу диаграмм из литературы о ресурсной ренте. На оси абсцисс отложен отрезок единичной длины, на котором слева направо отмечены значения W_X , а справа налево – значения W_Y , так что любая точка на отрезке соответствует некоторому распределению долей участия в проекте, $W_X + W_Y = 1$. Парето-оптимальному распределению долей соответствует точка пересечения графиков функций предельного выигрыша от участия в проекте, $dRAV_X/dW_X$ и $dRAV_Y/dW_Y$, а вертикальная координата этой точки задает величину ренты Коццолино. Площади различных областей диаграммы соответствуют величинам денежных выигрышей X и Y при различных механизмах торга:

- если исход соответствует точке A на рис. 2, то выигрыш X равен сумме площадей трапеций $ORMM'$ и $MR'O'M'$, а выигрыш Y равен нулю;
- если исход соответствует точке B на рис. 2, то выигрыш X равен разнице площадей треугольников ORS и $SO'L$, а выигрыш Y – площади треугольника $MR'L$;
- если исход соответствует точке P на рис. 2, то выигрыш X равен площади трапеции $ORMM'$, а выигрыш Y – площади трапеции $MR'O'M'$; при этом в выигрыше X можно выделить рентную составляющую (площадь прямоугольника $OPMM'$) и чистый выигрыш (площадь треугольника PRM); аналогично, выигрыш Y раскладывается на рентную составляющую (площадь прямоугольника $M'MP'O'$) и чистый выигрыш (площадь треугольника $MR'P'$);
- если исход соответствует точке M на рис. 2, то выигрыш X равен сумме площади треугольника RMP и прямоугольника $OPP'O'$, а выигрыш Y – площади треугольника $MR'P'$;

- если исход соответствует точке N на рис. 2, то выигрыш X равен сумме площадей трапеций $ORMM'$ и $MR'O'M'$ за вычетом половины площади треугольника $MR'L$, а выигрыш Y – половине площади треугольника $MR'L$.

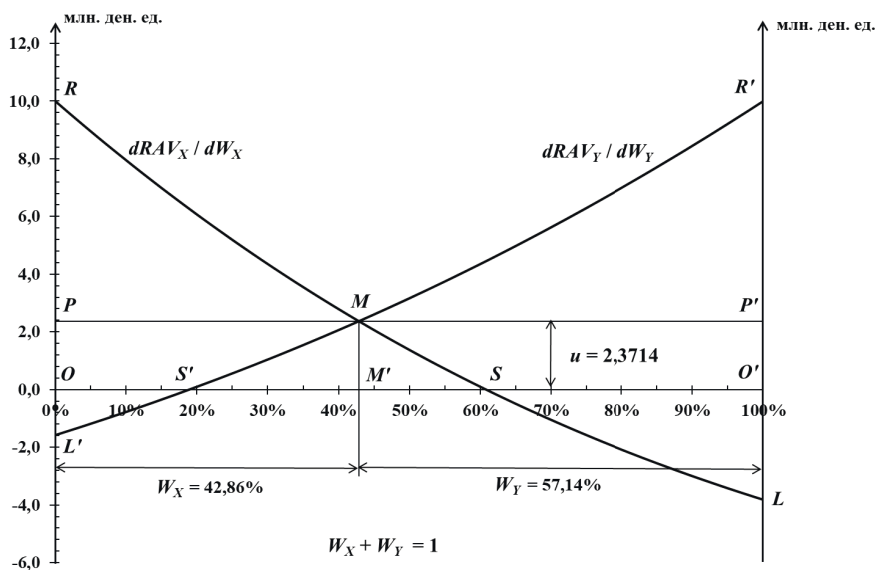


Рис. 3. Пример 1. Парето-эффективный раздел долей в проекте и рента Коццолино
Fig. 3. Case 1. Pareto-efficient division of working interest in the project, and the Cozzolino rent

Дискуссия вокруг показателя «оптимальная доля участия в проекте»

В литературе, посвященной применению критерия Коццолино в прикладных экономических расчетах, особое внимание уделяется точке пересечения кривых предельного выигрыша от долевого участия в проекте с осью абсцисс (точки S и S' на рис. 3). Объясняется это тем, что, во-первых, горизонтальная координата этой точки, $W^\#$, соответствует максимуму функции $RAV(W)$ и потому естественным образом трактуется как оптимальная доля участия компании в рискованном предприятии, из которой следует исходить при переговорах с соинвесторами. Во-вторых, в случае проекта с бинарным исходом имеется удобная формула расчета $W^\#$:

$$W^\# = \frac{RT}{R} \cdot \ln \left(\frac{\pi^S}{\pi^f} \cdot \frac{R-C}{C} \right).^4 \quad (19)$$

В общем случае значение $W^\#$ можно получить численным расчетом, используя вытекающую из формулы (16) неявную зависимость:

⁴ Обозначения переменных те же, что в Примере 1.

$$\sum_{k=1}^K \pi^k \cdot X^k \cdot \exp\left(-\frac{W^\# \cdot X^k}{RT}\right) = 0. \quad (20)$$

Попытки применять показатель $W^\#$ на практике в качестве ориентира для принятия решений о доле участия в проектах выявили проблему, поставившую под сомнение использование не только показателя $W^\#$, но и самого критерия Коццолино [6]. Проблема заключается в том, что реакция показателя $W^\#$ на изменение проектных характеристик зачастую противоречит интуиции – его значение может снижаться при их явном улучшении, а при ухудшении – повышаться. Покажем это на численном примере.

Пример 2. Влияние изменения характеристик проекта на исход торга. Компания X рассматривает возможность долевого участия в проекте ГРП на нефть, имеющем бинарный исход и типичное для подобного рода проектов соотношение значений параметров: $\pi^s = 10\%$, $\pi^f = 90\%$, $C = 1$ млн ден. ед., $R = 100$ млн ден. ед. Если терпимость к риску компании равна $RT_X = 5$ млн ден. ед., то расчет по формуле (19) дает значение $W_X^\# = 11,99\%$. Теперь предположим, что поступает новая геологическая информация, в соответствии с которой закладываемую в технико-экономическое обоснование проекта величину выигрыша в случае благоприятного исхода (R) следует *увеличить* в полтора раза, до 150 млн ден. ед. Пересчитав значение $W_X^\#$, руководство компании обнаруживает, что оно *снизилось* до 9,63 %. Неудивительно, что у руководства могут возникнуть сомнения в рекомендации уменьшать инвестиции в проект, характеристики которого однозначно улучшились. А может случиться и так, что после перепроверки предварительных оценок запасов проектное значение R придется *снизить* до 50 млн ден. ед. В этом случае расчетное значение $W_X^\#$ *вырастет* до 16,95 %, что также мало соответствует интуитивным ожиданиям.

В работе [7] было предложено объяснение этому феномену, основанное на разложении зависимостей $W^\#(R)$ на эффекты замены и дохода. Как показано на рис. 4, где приведены графики функций $RAV_X(W_X)$, при относительно небольших значениях R доминирует эффект замены, и с увеличением R значение $W_X^\#$ возрастает. Когда же R достаточно велико, его дальнейший рост приводит уже к убыванию $W_X^\#$, так как теперь доминирует эффект дохода.

Заметим, что в свете доказанной выше леммы вся дискуссия о поведении показателя $W^\#$ представляется, по меньшей мере, беспредметной. Действительно, мы убедились, что в любой ситуации торга равновесное распределение долей в проекте определяется исключительно соотношением значений параметра RT , какими бы ни были характеристики самого проекта. То, что $W^\#$ принято называть «оптимальной» долей участия в проекте, не должно сбивать с толку. Величина $W^\#$ максимизирует функцию $RAV(W)$ только при искусственном предположении, будто бы на каждое сочетание характеристик проекта обязательно найдется подходящий соинвестор, желающий поучаствовать в проекте именно в доле $(1 - W^\#)$. Так, в нашем примере при исходном значении $R = 100$ на роль идеального партнера подошел бы инвестор Y со степенью терпимости к риску $RT_Y \approx 36,7034$ млн ден. ед. (рис. 5).

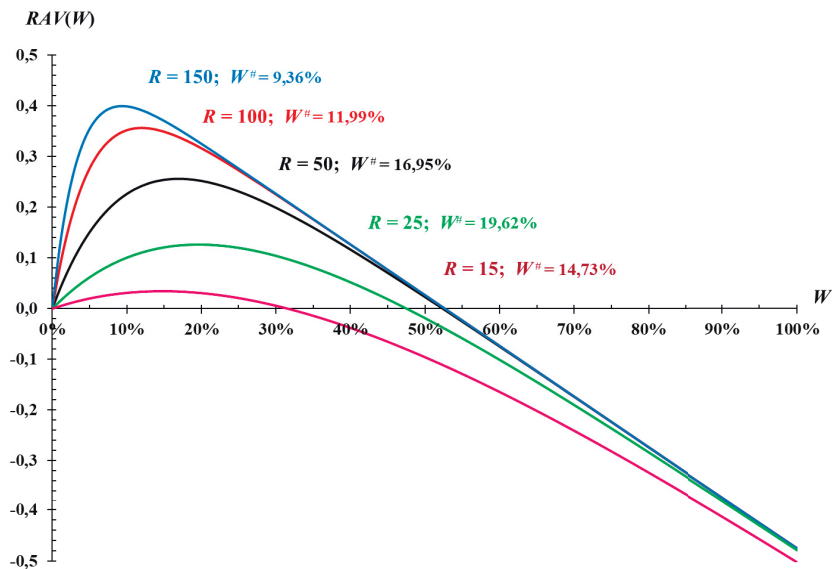


Рис. 4. Пример 2. Неоднозначность реакции показателя $W^{\#}$ на изменение характеристик проекта

Fig. 4. Case 2. Counter-intuitive reaction of $W^{\#}$ to alterations in project characteristics

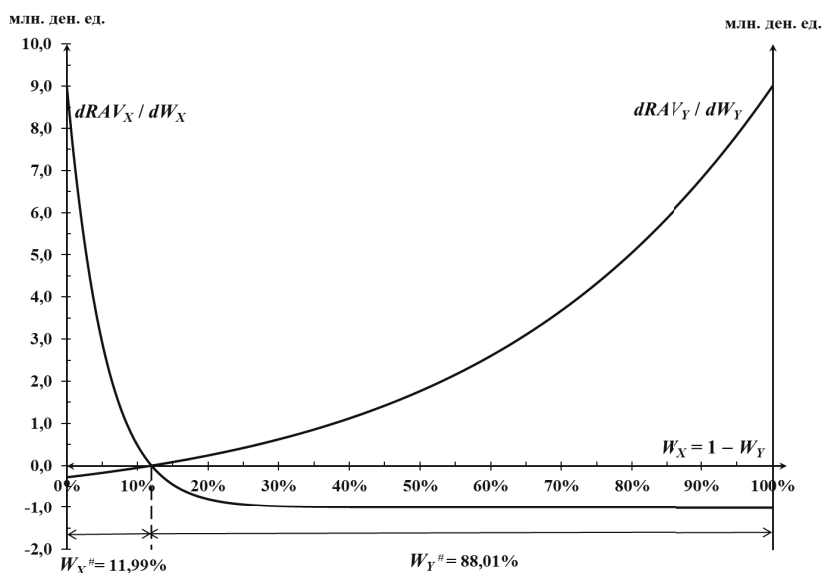


Рис. 5. Пример 2. Вырожденный случай, когда равновесное распределение долей участия в проекте совпадает с «оптимальными» значениями $W_X^{\#}$, $W_Y^{\#}$

Fig. 5. Case 2. A degenerate case when the equilibrium distribution of working interest in a project coincides with “optimal” values $W_X^{\#}$, $W_Y^{\#}$

Однако даже если бы такой инвестор нашелся, то при изменении характеристик проекта вряд ли бы X стал искать нового идеального партнера, скорее всего, ему ничего не оставалось бы, как заново договариваться с Y . На рис. 6 и 7 показано, как изменились бы в этом случае переговорные позиции сторон X и Y .

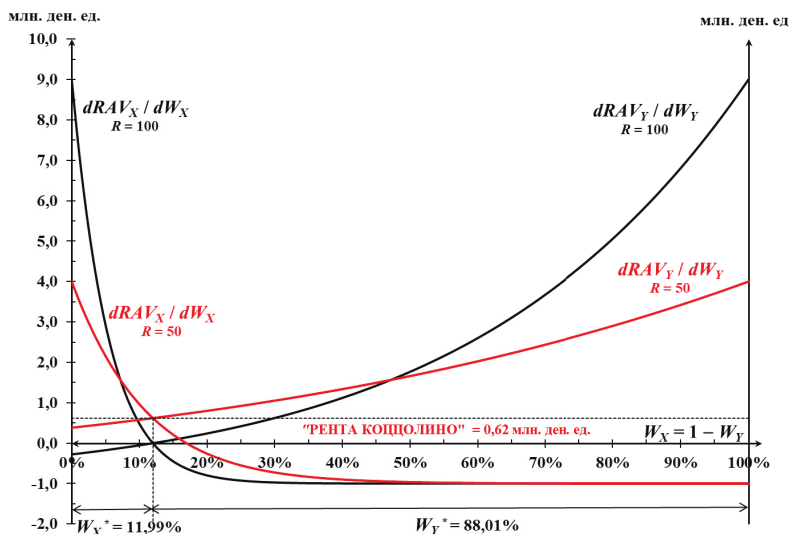


Рис. 6. Пример 2. Сравнение исходов торга при $R = 100$ и $R = 50$ млн ден. ед.

Fig. 6. Case 2. Comparison of bargaining solutions with $R = 100$ and $R = 50$

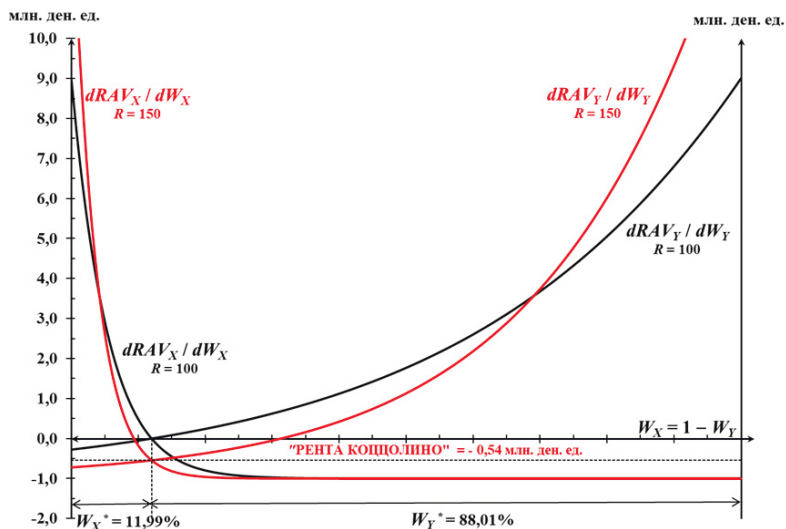


Рис. 7. Пример 2. Сравнение исходов торга при $R = 100$ и $R = 150$ млн ден. ед.

Fig. 7. Case 2. Comparison of bargaining solutions with $R = 100$ and $R = 150$

Таблица 1

Пример 2. Равновесные исходы торга при различных значениях параметра R

Table 1

Example 2. Equilibrium bargaining outcomes at different values of the parameter R

Показатели	$R = 50$	$R = 100$	$R = 125$	$R = 150$
Начальная доля участия X в проекте, %%	100,00	100,00	100,00	100,00
Начальная доля участия Y в проекте, %%	0,00	0,00	0,00	0,00
«Оптимальная» доля участия X в проекте, %%	16,95	11,99	10,49	9,36
«Оптимальная» доля участия Y в проекте, %%	100,00	88,01	77,02	68,68
Равновесная доля участия X в проекте, %%	11,99	11,99	11,99	11,99
Равновесная доля участия Y в проекте, %%	88,01	88,01	88,01	88,01
Стоимостная оценка недропользователем X его начальной доли в проекте, млн ден. ед.	0,00	0,00	0,00	0,00
Стоимостная оценка инвестором Y его начальной доли в проекте, млн ден. ед.	0,00	0,00	0,00	0,00
Стоимостная оценка недропользователем X его равновесной доли в проекте, млн ден. ед.	0,2421	0,3567	0,3793	0,3917
Стоимостная оценка инвестором Y его равновесной доли в проекте, млн ден. ед.	1,7775	2,6181	2,7840	2,8754
Равновесие на конкурентном рынке акций				
Общая капитализация проекта, млн ден. ед.	0,6208	0,0000	−0,3105	−0,5445
Равновесные доходы X от продажи (расходы Y на покупку) акций на рынке, млн ден. ед.	0,5464	0,0000	−0,2733	−0,4793
Итоговый равновесный выигрыш X , млн ден. ед.	0,7885	0,3567	0,1060	−0,0876
Итоговый равновесный выигрыш Y , млн ден. ед.	1,2312	2,6181	3,0572	3,3546
Равновесный исход торга по Нэшу либо по Калан и Смородинскому				
Паушальный платеж от Y к X , млн ден. ед.	0,7677	1,1307	−1,2024	−1,2418
Итоговый равновесный выигрыш X , млн ден. ед.	1,0098	1,4874	1,5816	1,6335
Итоговый равновесный выигрыш Y , млн ден. ед.	1,0098	1,4874	1,5816	1,6335

Рис. 6 и 7 наглядно демонстрируют отсутствие какой-либо зависимости Парето-оптимальных долей участия в проекте от параметра R , несмотря на сдвиги точек пересечения кривых предельного выигрыша с осью абсцисс. Описания равновесных исходов торга при меняющихся значениях R сведены в табл. 1. Их сравнительный анализ позволяет сделать некоторые выводы о действительной роли показателя $W^{\#}$ при определении исхода торга. Хотя снижение значений $W^{\#}$ при увеличении R никак не влияет на равновесное распределение долей участия в проекте, оно сигнализирует о постепенном ослаблении переговорной позиции собственника проекта (X) и усилении позиции внешнего инвестора (Y) ввиду постепенного уменьшения ренты Коццолино, вызванного постепенным движением вниз точки пересечения кривых предельного выигрыша. Если при малых значениях R рента Коццолино положительна и инвестор Y доплачивает недропользователю X за право участия в проекте, то при больших значениях R рента Коццолино отрицательна, и уже недропользователь вынужден доплачивать внешнему инвестору, чтобы склонить того к участию в проекте в доле, превышающей $W_Y^{\#}$. Особенно жестко эта тенденция проявляется в случае, когда торг организован по принципу конкурентного рынка, где размер выигрыша каждого участника определяется его предельным вкладом в общую стоимостную оценку проекта. Так, при $R = 150$ млн ден. ед. этот предельный отрицательный вклад X настолько велик, что затраты на его компенсацию перекрывают положительную стоимостную оценку равновесной доли X в проекте⁵.

Совместное управление портфелем реальных опционов

Правило распределения долей в рискованном предприятии пропорционально значениям терпимости к риску, вне зависимости от характеристик самого предприятия, имеет универсальный характер и применимо к случаям сложных инвестиционных решений. Рассмотрим задачу стоимостной оценки портфеля проектов ГРП на нефть и газ с коррелирующими вероятностными исходами, подразумевающую эффективное управление этим портфелем по принципу реальных опционов. Постановка задачи позаимствована из работы [12], где описана оптимальная инвестиционная стратегия нейтрального к риску инвестора, в одиночку владеющего всем портфелем активов. Мы же рассмотрим более общий случай нескольких инвесторов-рискофобов, объединяющих свои активы ради их эффективного использования и договаривающихся о справедливом разделе денежных потоков совместного предприятия.

Пример 3. Торг между владельцами прав на геологоразведку участков недр с коррелирующими исходами ГРП. На некоторой территории имеются десять участков недр с подозрением на наличие коммерческих запасов нефти. Права на проведение ГРП на пяти из них принадлежат компании X , а на пяти оставшихся – компании Y . Пока участки не разведаны, все они считаются одинаковыми,

⁵ Это означает, что такое равновесие может иметь место, только если X связан обязательством осуществлять проект даже в случае его убыточности. Тогда свою начальную 100%-ю долю в проекте X оценивает не в ноль, а в отрицательную величину – 0,4732 млн ден. ед., и привлечение к проекту инвестора Y позволяет ему уменьшить убыток до – 0,0876 млн ден. ед.

а ведение ГРП на каждом из участков представляется предприятием с вероятностным бинарным исходом и характеристиками: $\pi^s = 3\%$; $R = 100$ млн ден. ед.; $C = 2$ млн ден. ед. Дополнительно известно, что, поскольку все участки относятся к одной и той же крупной геологической структуре, исходы ГРП на любых двух из них положительно коррелируют с коэффициентом корреляции 0,175. Предпочтения компаний описываются критерием Коццолино, причем $RT_X = 120$ млн ден. ед., $RT_Y = 80$ млн ден. ед.

Сразу заметим, что, если каждый участок недр рассматривать изолировано от остальных, то компания X оценила бы свои права на его геологоразведку в сумму $RAV_X^1 \approx 0,053$ млн ден. ед., рассчитанную по формуле

$$RAV_X^1 = -RT_X \cdot \ln \left(\pi^s \cdot \exp \left(-\frac{R-C}{RT_X} \right) + (1 - \pi^s) \cdot \exp \left(\frac{C}{RT_X} \right) \right), \quad (21)$$

а компания Y – в сумму $RAV_Y^1 \approx -0,269$ млн ден. ед., полученную аналогично. В отсутствие статистической зависимости между исходами ГРП стоимостную оценку всего инвестиционного портфеля компании можно было бы получить, просто умножив соответствующее значение RAV на 5, однако наличие корреляции не позволяет этого сделать, и приходится воспользоваться следующим приемом. Будем считать, что для успешного исхода ГРП на отдельном участке недр необходима одновременная реализация двух случайных событий, первое из которых – наличие общей для данной территории нефтеносности недр, а второе – наличие залежи нефти на данном конкретном участке. Обозначим вероятность первого события q_0 , а условную вероятность второго события при условии реализации первого – q . Тогда $\pi^s = q_0 q$, и путем байесовских рассуждений можно показать, что коэффициент корреляции между исходами равен $q(1 - q_0)/(1 - q_0 q)$. Из системы уравнений

$$\begin{cases} q \cdot q_0 = 0,03 \\ \frac{q \cdot (1 - q_0)}{1 - q_0 q} = 0,175 \end{cases} \quad (22)$$

находим значения $q_0 = 0,15$, $q = 0,20$.

Теперь мы имеем возможность дать стоимостную оценку проекту проведения ГРП на N -участках, представив его в виде составной лотереи:

$$RAV^N = -RT \cdot \ln \left(q_0 \cdot \exp \left(-\frac{N \cdot RAV^{1*}}{RT} \right) + (1 - q_0) \cdot \exp \left(\frac{N \cdot C}{RT} \right) \right), \quad (23)$$

где

$$RAV^{1*} = -RT \cdot \ln \left(q \cdot \exp \left(-\frac{R-C}{RT} \right) + (1 - q) \cdot \exp \left(\frac{C}{RT} \right) \right). \quad (24)$$

Подставив значения параметров, получаем: $RAV_X^5 \approx -1,591$ млн ден. ед., $RAV_Y^5 \approx -3,283$ млн ден. ед.

Однако полученные значения RAV_X^5 и RAV_Y^5 все еще нельзя считать полностью верными, поскольку при их расчете неявно подразумевалось, что каждая компания собирается вести ГРП на всех своих пяти участках недр до конца, игнорируя возможность выявления информации по мере их проведения. Между тем, если при последовательном осуществлении работ компанию постигает неудача на первых нескольких участках, это должно послужить сигналом о необходимости переоценки вероятности успеха на оставшихся участках в сторону понижения. Компания получает шанс сэкономить деньги, просто прекратив ставшие бесперспективными работы⁶. Таким образом, оптимальная инвестиционная стратегия компании должна иметь вид: «Если на первых n -участках подряд ГРП закончились неудачей, то работы следует прекратить». Применяя байесовские рассуждения⁷, для каждой такой стратегии проводим стоимостную оценку инвестиционных портфелей компаний X и Y (табл. 2.1 и 2.2). Выясняем, что оптимальным числом неудачных попыток ГРП, после которых следует прекратить работы, для компании X являются две, а для компании Y – одна. Предполагая, что компании собираются следовать указанным оптимальным стратегиям, находим суммарную стоимостную оценку их портфелей активов: $V_X^5 \approx 0,633$ млн ден. ед., $V_Y^5 \approx 0,015$ млн ден. ед.

Объединив свои активы, компании X и Y способны значительно увеличить их суммарную стоимостную оценку. Для этого им нужно, во-первых, придерживаться оптимальной стратегии ведения ГРП на 10 участках недр, которая заключается в том, чтобы вначале провести разведку на 4 участках, и только в случае хотя бы одного успешного исхода приступить к работам на остальных 6 участках (табл. 2.3). Благодаря такой стратегии исходные 10 проектов ГРП с бинарными исходами трансформируются в единую лотерею XY с пятью возможными исходами (табл. 3). Во-вторых, им нужно разделить между собой все вероятностные денежные потоки, возникающие в ходе проведения ГРП, в пропорции $3 : 2 = RT_X : RT_Y$. В результате их суммарный выигрыш достигнет максимальной величины, эквивалентной выигрышу фиктивного инвестора с терпимостью к риску $RT_{X+Y} = RT_X + RT_Y = 200$ млн ден. ед., равному $V_{X+Y}^{10} \approx 4,010$ млн ден. ед.

Суммарная стоимостная оценка активов X и Y вырастет еще больше, если они привлекут к долевому участию в своем предприятии внешнего инвестора. Допустим, такой инвестор Z нашелся, причем $RT_Z = 100$ млн ден. ед. Теперь вероятностные денежные потоки нужно делить на троих, в пропорции $6 : 4 : 5 = RT_X : RT_Y : RT_Z$, но оптимальная стратегия ведения ГРП остается прежней (табл. 2.4), благодаря чему представление совместного предприятия в виде лотереи с пятью возможными исходами сохраняется, но при неизменных вероятностях исходов вырастает величина суммарных выплат (см. табл. 3).

Исходы различных вариантов торга между X , Y и Z о размере паушальных платежей представлены в табл. 4. Если условия торга имитируют механизм конкурентного рынка, на котором продаются и покупаются доли в проекте, то в рав-

⁶ То есть реализовать так называемый «реальный опцион на прекращение работ» [13].

⁷ Подробно логика этих рассуждений описана в оригинальной работе [12].

Таблица 2

Пример 3. Стоимостные оценки стратегий «прекратить ГРР после n неудачных попыток» для 5 и 10 участков недр при различных значениях терпимости к риску, млн ден.ед.

Table 2

Example 3. Cost estimates of the strategies ‘stop exploration after n unsuccessful attempts’ for 5 and 10 subsoil areas at different values of risk tolerance, million monetary units

2.1		2.2	
n	$V_X^5(n)$		$V_Y^5(n)$
	$RT_X=120$		$RT_Y=80$
0	0,000		0,000
1	0,593		0,015
2	0,633		−0,373
3	0,225		−1,091
4	−0,541		−2,079
5	−1,591		−3,283
2.5		2.6	
n	$V_{X+Z}^5(n)$		$V_{Y+Z}^5(n)$
	$RT_{X+Z}=220$		$RT_{Y+Z}=180$
0	0		0
1	1,419		1,160
2	2,041		1,602
3	2,035		1,475
4	1,541		0,900
5	0,671		−0,022

2.3		2.4	
n	$V_{X+Y}^{10}(n)$	n	$V_{X+Y+Z}^{10}(n)$
	$RT_{X+Y}=200$		$RT_{X+Y+Z}=300$
0	0	0	0,000
1	2,138	1	2,992
2	3,413	2	4,896
3	3,991	3	5,935
4	4,010	4	6,291
5	3,585	5	6,112
6	2,811	6	5,516
7	1,763	7	4,598
8	0,503	8	3,434
9	−0,921	9	2,081
10	−2,472	10	0,587

Таблица 3

Пример 3. Совместный проект как лотерея с пятью возможными исходами

Table 3

Example 3. Joint project as a lottery with five possible outcomes

Исход лотерей	Вероятность исхода, %%	Стоимостная оценка выплат, обусловленных данным исходом, млн ден. ед.	
		Лотерея XY	Лотерея XYZ
Успех при попытке № 1	3,00	227,533	237,584
Успех при попытке № 2	2,40	211,141	220,074
Успех при попытке № 3	1,92	194,748	202,565
Успех при попытке № 4	1,54	178,355	185,056
Четыре неудачи подряд и прекращение работ	91,14	− 8	− 8

новесии X и Y добровольно продают инвестору Z часть своих начальных $50\%-x^8$ долей по рыночной цене. При построении графика $dRAV_{X+Y}/dW_{X+Y}$ на рис. 8 предполагается, что свою объединенную долю W_{X+Y} при любом ее размере X и Y делят между собой в пропорции $3 : 2$.

Таблица 4

Пример 3. Равновесные исходы различных вариантов торга

Table 4

Example 3. Equilibrium outcomes of different bargaining options

Показатели	X	Y	Z
Величины терпимости к риску RT , млн ден. ед.	120	80	100
Стоимостная оценка начального портфеля активов, т. е. гарантированный выигрыш в случае незаключения сделки, млн ден. ед.	0,6325	0,0147	0,000
Начальная доля участия в проекте, %%	50,00	50,00	0,00
Равновесная доля участия в проекте, %%	40,00	26,67	33,33
Стоимостная оценка недропользователем своей равновесной доли участия в проекте, млн ден. ед.	2,5164	1,6776	2,0970
Равновесие на условном конкурентном рынке акций			
Общая капитализация проекта, млн ден. ед.	1,8278		
Равновесные доходы от продажи (+) / расходы на покупку (–) акций на условном конкурентном рынке, млн ден. ед.	0,1828	0,4265	–0,6093
Итоговый равновесный выигрыш, млн ден. ед.	2,6992	2,1041	1,4878
Равновесный исход торга по Шепли			
Паушальный платеж, млн ден. ед.	0,2635	0,5738	–0,8372
Итоговый равновесный выигрыш, млн ден. ед.	2,7799	2,2514	1,2598
Равновесный исход торга по Нэшу либо по Калаи и Смородинскому			
Паушальный платеж, млн ден. ед.	–0,0026	0,2184	–0,2157
Итоговый равновесный выигрыш, млн ден. ед.	2,5138	1,8960	1,8813

Торг между тремя участниками по поводу раздела денежного «пирога» заданной величины удобно иллюстрировать с помощью симплекс-диаграммы, где этот самый «пирог» представлен равносторонним треугольником, заданным уравнением симплекса $RAV_X + RAV_Y + RAV_Z = RAV_{SUM}$ в трехмерном пространстве. В нашем случае $RAV_{SUM} = 6,291$ млн ден. ед. (рис. 9). Рыночное равновесие, решение по Шепли и решение по Нэшу (или Калаи и Смородинскому) показаны на симплекс-диаграмме точками M , S и N , геометрическое место которых соответствует равновесным долям участия в проекте. Все решения попадают в область ядра тор-

⁸ Начальные доли делятся поровну между X и Y , так как их взносы в совместное предприятие одинаковы – по 5 участков недр.

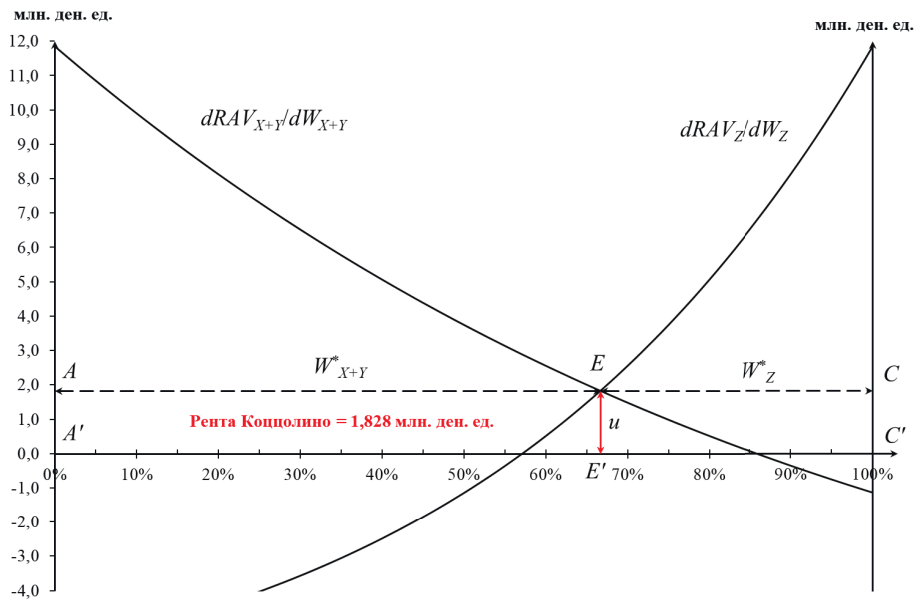


Рис. 8. Пример 3. Конкурентное равновесие на рынке долей участия в лотерее XYZ
Fig. 8. Case 3. Competitive equilibrium in the market of the XYZ lottery shares

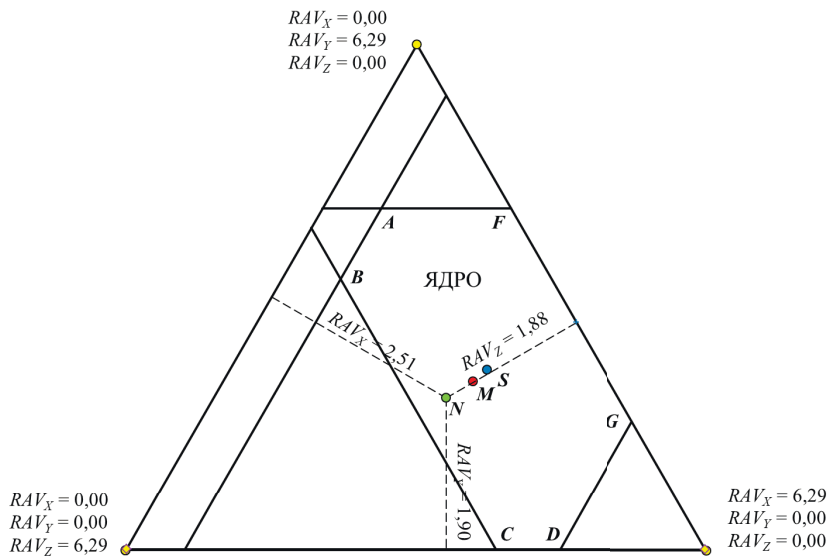


Рис. 9. Пример 3. Варианты исходов торга
Fig. 9. Case 3. Bargaining solutions

га, представленную шестиугольником $ABCDGF$, границы которого соответствуют ограничениям на равновесные выигрыши партнеров, вытекающим из данных табл. 2. Прямая AB соответствует условию участия X , $RAV_X \geq 0,6325$, CD – условию участия Y , $RAV_Y \geq 0,0147$, FG – условию участия Z , $RAV_Z \geq 0,0$. Прямая BC соответствует условию заинтересованности X и Y в привлечении третьего партнера, $RAV_X + RAV_Y \geq 4,0095$. Прямые AF и GD соответствуют условиям, исключающим заинтересованность X либо Y в заключении сепаратного соглашения с Z : $RAV_X + RAV_Z \geq 2,0410$; $RAV_Y + RAV_Z \geq 1,6020$.

Заключение

Различия в терпимости к риску между соинвесторами проекта с ярко выраженным вероятностным исходом делают практически невозможной формулировку каких-либо рациональных нормативных рекомендаций о выборе ими переговорных позиций в торге по поводу раздела денежных потоков проекта, так как Парето-граница торга в общем случае имеет сложный нелинейный вид. Однако в случае, когда корпоративные стандарты стоимостной оценки проектных рисков у всех участников торга подразумевают использование критерия Коццолино, Парето-граница торга линейна, и торг сводится к хорошо описанному в литературе и понятному для руководства компаний случаю раздела денежного пирога заданной величины. В этом случае правило распределения вероятностных денежных потоков пропорционально индивидуальным значениям параметра «терпимость к риску» и применимо к долевному финансированию самых разнообразных проектов, включая те, которые подразумевают согласованное управление несколькими активами, находящимися в индивидуальной собственности партнеров. Как практическая рекомендация о формализации процесса торга и выборе переговорной позиции, это правило является шагом вперед по сравнению с советом ориентироваться на показатель «оптимальная доля участия в проекте». Предложенная нами аналогия с максимизацией суммарной ресурсной ренты призвана способствовать лучшему пониманию руководством компаний экономического смысла этого правила, а также реабилитации в их глазах критерия Коццолино как инструмента стоимостной оценки.

Список литературы

1. **Al-Harthi M. H.** Utility Efficient Frontier: An Application in the Oil and Gas Industry // *Natural Resources Research*. 2007. Vol. 16 (4). P. 305–312. DOI: 10.1007/s11053-007-9056-3
2. **Mutavdzic M., Maybee B.** An Extension of Portfolio Theory in Selecting Projects to Construct a Preferred Portfolio of Petroleum Assets // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2015. Vol. 133. P. 518–528. DOI: 10.1016/j.petrol.2015.06.018
3. **Pratt J. W.** Risk Aversion in the Small and in the Large // *Econometrica*. 1964. Vol. 32 (1/2). P. 122–136. DOI: 10.2307/1913738
4. **Cozzolino J. M.** Controlling Risk in Capital Budgeting: A Practical Use of Utility Theory for Measurement and Control of Petroleum Exploration Risk // *The Engineering Economist*. 1979. Vol. 25(3). P. 161–186. DOI: 10.1080/00137917908902848

5. **Lerche I.** A Review of Economic Risking Methods Commonly Used in Hydrocarbon Exploration // *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*. 2019. Vol. 9. P. 1579–1591. DOI: 10.1007/s13202-018-0602-9
6. **Lerche I., MacKay J.** Optimum Working Interest in Hydrocarbon Exploration Projects: The High Gain Situation Revisited for Cost, Wealth and Fear Factors // *Energy Exploration & Exploitation*. 2003. Vol. 21. P. 381–390. Available at: <https://www.jstor.org/stable/43754052>
7. **Ковалев С. Ю., Блам И. Ю.** Критерий Коццолино как инструмент стоимостной оценки проектов геологоразведки на нефть и газ с учетом поправки на неприятие риска // *Мир экономики и управления*. 2023. Т. 23 (2). С. 52–69. DOI: 10.25205/2542-0429-2023-23-2-52-69
8. **Gaudet G.** Natural Resource Economics under the Rule of Hotelling // *Canadian Journal of Economics*. 2007. Vol. 40 (4). P. 1033–1059. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2007.00441.x
9. **Nash J.** The Bargaining Problem // *Econometrica*. 1950. Vol. 18 (2). P. 155–162. DOI: 10.2307/1907266
10. **Kalai E., Smorodinsky M.** Other Solutions to Nash's Bargaining Problem // *Econometrica*. 1975. Vol. 43 (3). P. 513–518. DOI: 10.2307/1914280
11. **Hart S.** Shapley Value // Eatwell J., Milgate M., Newman, P. (eds.) *The New Palgrave: Game Theory*, 1989. Norton. P. 210–216. DOI: 10.1007/978-1-349-20181-5_25
12. **Smith J. L., Thompson R.** Rational Plunging and the Option Value of Sequential Investment: the Case of Petroleum Exploration // *The Quarterly Review of Economics and Finance*. 2009. Vol. 49. P. 1009–1033. Available at: <https://ideas.repec.org/a/eee/quaeeco/v49y2009i3p1009-1033.html#cite>
13. **Dias M. A. G.** Valuation of exploration and production assets: an overview of real options models // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2004. Vol. 44(1–2). P. 93–114. DOI: 10.1016/j.petrol.2004.02.008

References

1. **Al-Harthy M. H.** Utility Efficient Frontier: An Application in the Oil and Gas Industry. *Natural Resources Research*, 2007, vol. 16, no. 4, pp. 305–312. doi: 10.1007/s11053-007-9056-3
2. **Mutavdzic M., Maybee B.** An Extension of Portfolio Theory in Selecting Projects to Construct a Preferred Portfolio of Petroleum Assets. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2015, vol. 133, pp. 518–528. doi: 10.1016/j.petrol.2015.06.018
3. **Pratt J. W.** Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica*, 1964, vol. 32 (1/2), pp. 122–136. doi: 10.2307/1913738
4. **Cozzolino J. M.** Controlling Risk in Capital Budgeting: A Practical Use of Utility Theory for Measurement and Control of Petroleum Exploration Risk. *The Engineering Economist*, 1979, vol. 25, no. 3, pp. 161–186. doi: 10.1080/00137917908902848
5. **Lerche I.** A Review of Economic Risking Methods Commonly Used in Hydrocarbon Exploration. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, 2019, vol. 9, pp. 1579–1591. doi: 10.1007/s13202-018-0602-9

6. **Lerche I., MacKay J.** Optimum Working Interest in Hydrocarbon Exploration Projects: The High Gain Situation Revisited for Cost, Wealth and Fear Factors. *Energy Exploration & Exploitation*, 2003, vol. 21, pp. 381–390. Available at: <https://www.jstor.org/stable/43754052> (accessed 05.07.2024)
7. **Kovalev S., Blam I.** The Cozzolino Criterion as a Tool of Oil and Gas Exploration Projects Evaluation Adjusted for Risk Aversion. *World of Economics and Management*, 2023, vol. 23(2), pp. 52–69. (In Russ.) <https://doi.org/10.25205/2542-0429-2023-23-2-52-69>
8. **Gaudet G.** Natural Resource Economics under the Rule of Hotelling. *Canadian Journal of Economics*, 2007, vol. 40(4), pp. 1033–59. doi: 10.1111/j.1365-2966.2007.00441.x
9. **Nash J.** The Bargaining Problem. *Econometrica*, 1950, vol. 18 (2), pp. 155–162. doi:10.2307/1907266
10. **Kalai E., Smorodinsky, M.** Other Solutions to Nash's Bargaining Problem. *Econometrica*, 1975, vol. 43 (3), pp. 513–518. doi:10.2307/1914280
11. **Hart S.** Shapley Value. In Eatwell, J.; Milgate, M.; Newman, P. (eds.). *The New Palgrave: Game Theory*. Norton, 1989. pp. 210–216. doi:10.1007/978-1-349-20181-5_25
12. **Smith J. L., Thompson R.** Rational Plunging and the Option Value of Sequential Investment: the Case of Petroleum Exploration. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2009, vol. 49, pp. 1009–1033. Available at: <https://ideas.repec.org/a/eee/quaeco/v49y2009i3p1009-1033.html#cites> (accessed 05.07.2024)
13. **Dias M. A. G.** Valuation of exploration and production assets: an overview of real options models. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2004, vol. 44(1-2), pp. 93–114. doi:10.1016/j.petrol.2004.02.008

Сведения об авторах

Ковалев Сергей Юрьевич, научный сотрудник Института экономики и организации промышленного производства СО РАН

Блам Инна Юрьевна, кандидат экономических наук, старший научный сотрудник Института экономики и организации промышленного производства СО РАН

Information about the Authors

Sergey Yu. Kovalev, Ph.D. (ABD) in Economics, Researcher Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS

Inna Yu. Blam, Candidate of Economics (CSc), Senior Researcher Institute of Economics and Industrial Engineering SB RAS

*Статья поступила в редакцию 08.07.2024;
одобрена после рецензирования 20.09.2024; принята к публикации 20.09.2024*

*The article was submitted 08.07.2024;
approved after reviewing 20.09.2024; accepted for publication 20.09.2024*