

Обзорная статья

УДК 519.876.5; 004.942

JEL C62, C71, C72

DOI 10.25205/2542-0429-2021-21-4-5-23

Концепция экономического равновесия в пространственных системах

Наимджон Мулабоевич Ибрагимов

Институт экономики и организации промышленного производства
Сибирского отделения Российской академии наук
Новосибирск, Россия

Новосибирский национальный исследовательский государственный университет
Новосибирск, Россия

naimdjon.ibragimov@nsu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8540-5039>

Аннотация

Межрегиональная интеграция – важнейшее свойство и форма проявления единства экономического пространства, в частности российского. Изучение этого феномена выступает значимым направлением исследований пространственного развития страны. В статье исследованы и систематизированы исторические предпосылки используемых подходов, основанные на теории экономического равновесия. Выполнено описание и проведен анализ различных форм пространственного экономического равновесия, адекватных современному уровню развития и математическому представлению экономики. Представлено развитие концепции экономического равновесия в экономико-математических моделях. Показано, что простота математической конструкции ОМММ позволяет, используя все концепции экономического равновесия, осуществлять анализ особенностей межрегиональных экономических взаимодействий и оценивать степень экономической взаимозависимости регионов России. Экономическое пространство в ОМММ представляется дискретно, в разрезе макрорегионов, в качестве которых выступают федеральные округа или их крупные фрагменты, объединяющие по несколько субъектов федерации. Экономика каждого макрорегиона представлена в разрезе агрегированных секторов производства продукции и услуг. По секторам с транспортабельной продукцией учитываются межрегиональные транспортно-экономические связи.

Ключевые слова

экономическое равновесие, CGE-модели, ОМММ, Парето-оптимальность, эквивалентный и взаимовыгодный обмен

Источник финансирования

Статья подготовлена по плану НИР ИЭОПП СО РАН, проект 5.6.6.4 (0260-2021-0007) «Инструменты, технологии и результаты анализа, моделирования и прогнозирования пространственного развития социально-экономической системы России и её отдельных территорий», № 121040100262-7

Для цитирования

Ибрагимов Н. М. Концепция экономического равновесия в пространственных системах // Мир экономики и управления. 2021. Т. 21, № 4. С. 5–23. DOI 10.25205/2542-0429-2021-21-4-5-23

The Concept of Economic Equilibrium in Spatial Systems

Naimdzhon M. Ibragimov

Institute of Economics and Industrial Engineering
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
Novosibirsk, Russian Federation

Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russian Federation

naimdzhon.ibragimov@nsu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8540-5039>

Abstract

Interregional integration is the most important property and form of manifestation of the unity of any economic space, in particular Russian. The study of this phenomenon is a significant area of research on the spatial development of the country. In the article the historical preconditions of the used approaches based on the theory of economic equilibrium have been studied and systematized. We have described and analyzed various forms of spatial economic equilibrium which are adequate to the modern level of development and mathematical representation of economy. The development of the concept of economic equilibrium in economic and mathematical models is presented. It is shown that the simplicity of the mathematical structure of the OMIOM allows, using all the concepts of economic equilibrium, to analyze the features of interregional economic interactions and assess the degree of economic interdependence of the regions of Russia. The economic space in the OMIOM is presented discretely, in the context of macro-regions, which are federal districts or their large fragments, uniting several subjects of the federation. The economy of each macroregion is presented in the context of the aggregated sectors of production of goods and services. For sectors with transportable products, interregional transport and economic ties are taken into account.

Keywords

economic equilibrium, CGE models, OMIOM, Pareto optimality, equivalent and mutually beneficial exchange

Funding

The article was prepared according to the research plan of the IEIE SB RAS, the project “Tools, technologies and results of analysis, modeling and forecasting of the spatial development of the socio-economic system of Russia and its individual territories”, no. 0260-2021-0007

For citation

Ibragimov N. M. The Concept of Economic Equilibrium in Spatial Systems. *World of Economics and Management*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 5–23. (in Russ.) DOI 10.25205/2542-0429-2021-21-4-5-23

Введение

В основе функционирования любой экономической системы лежат действия различных экономических субъектов – от отдельных людей и домохозяйств до предприятий, регионов, отдельных стран. В рамках экономической системы ее участники вступают во взаимодействия, обладая разными целями и предпочтениями. Поэтому на всем протяжении развития экономической науки исследователями разрабатывались модели и теории того, как взаимодействуют (дескриптивные теории) или должны взаимодействовать (нормативные теории) экономические субъекты. Среди этих теорий условно можно выделить несколько направлений: теории экономического равновесия, игровые теории, анализ благосостояния, теории координации и др.

Наиболее известное и значимое направление – теории конкурентного (экономического) равновесия. Идеи современной теории экономического равновесия восходят к работам Л. Вальраса, В. Парето, Ф. Эджворта, Дж. Р. Хикса. Российскими классиками в этой области экономико-математических исследований являются В. Л. Макаров и В. М. Полтерович. В России экономико-математические исследования в области экономического равновесия ведутся в трех направлениях: модели равновесия в традициях классической математической экономики; вычислимые модели равновесия; модели пространственного экономического равновесия.

В рамках данной работы рассматриваются исторические предпосылки и методические подходы теории экономического равновесия при моделировании многорегиональных систем.

Классическая концепция общего равновесия

Общее равновесие является центральной концепцией экономической теории. В отличие от анализа частичного равновесия, рассматривающего равновесие на отдельном рынке в предположении, что на остальных рынках доходы и цены остаются практически не подверженными влиянию изучаемого рынка, модель общего равновесия нацелена на изучение одновременного равновесия на всех рынках конкурентной экономики.

Концепция общего равновесия была предложена Л. Вальрасом в 1870-х гг. и в своем классическом виде формулируется следующим образом. В экономике с частной собственностью конечное число потребителей-прайстейкеров (наделенных начальными запасами разных товаров и получающих заданные доли прибылей от производства) приобретает товары, доступные на рынке, оптимизируя свои предпочтения под бюджетные ограничения. Конечное число производителей-прайстейкеров максимизирует свою прибыль на индивидуальных множествах производственных планов и производит товары, которые удовлетворяют спрос потребителей в процессе конкуренции; они наделены начальными запасами ресурсов, не используемых в производстве. Расчищение рынка определяет равновесные цены и объемы, действительно производимые и потребляемые в состоянии равновесия. Расчистка может привести к равенству спроса и предложения – это случай *строгого равновесия*. Но если избыточный спрос неположителен и цена для каждого товара, спрос на который оказался отрицательным, равна нулю, – это *равновесие бесплатной передачи* (free-disposal).

Данная модель основывает координацию планов различных экономических агентов на том факте, что цены, с которыми все они имеют дело, обеспечивают общий поток информации, необходимой для координации системы. Поэтому необходимым условием совместности такой модели является существование равновесных цен. При некоторых разумных предположениях возникает равновесие. Исследования Парето-оптимальности рассматривают проблему эффективной организации экономики с произвольным распределением ресурсов и показывают, что для каждого достижимого Парето-оптимального распределения существует система цен, к которой адаптируются производители и потребители. Теорема Дебрэ – Скарфа показывает, что то же самое справедливо и в пределе

для распределения, не блокируемого коалицией, в экономике с определенным распределением ресурсов и числом потребителей, стремящимся к бесконечности. Эти результаты были получены в 1950-х и 1960-х гг. одновременно тремя основоположниками теории общего равновесия – К. Эрроу, Ж. Дебрэ и Л. Мак-Кензи [1; 2]. Данные достижения опираются на предположения о выпуклости характеристик агентов и на использование выпуклого анализа и теории фиксированной точки.

Во второй половине XX в. теория общего равновесия развивалась в нескольких направлениях. Прежде всего сильно ослаблялись условия существования равновесия и оптимальности результатов в классической модели с конечным числом агентов и товаров. Кроме того, сама модель обобщалась так, чтобы допустить бесконечное число периодов времени и состояний системы в спецификации товаров, а также для бесконечного числа агентов. Модель также модифицировали, чтобы приспособить для анализа разнообразных экономических постановок, в которых свойства равновесия могли не соблюдаться. Все эти разные направления использовали ту же методологию, что и классическая модель общего равновесия: предположение о том, что индивидуумы, обладающие совершенным предвидением относительно каждого будущего состояния системы (либо несовершенным в случае дифференцированной информации), осуществляют свои трансакции на одном начальном рынке для всех состояний системы и на весь будущий период. Эта общая методология объясняет центральную роль общего равновесия в экономической теории и, возможно, некоторые из их общих недостатков [3].

В моделировании современной экономики стандартные экономико-математические модели, базирующиеся на парадигме общего равновесия, наталкиваются на ограничения, связанные со стремительно возрастающей сложностью связей современной экономики. Они оказались неспособны ни предсказать наступление финансовых кризисов и распространение Covid-19, ни предложить эффективных мер для восстановления роста. Кризис также выявил неадекватность доминирующих подходов к моделированию экономики.

Как теоретики [4–6], так и практики [7] выступили с критикой излишней упрощенности стандартных моделей, в частности динамических стохастических моделей общего равновесия.

Стандартные макромоделли не учитывают те свойства современной экономики, которые сыграли ключевую роль в развитии кризиса: разнородность (гетерогенность) экономических агентов, рынков и регуляторов, финансовые инновации, секьютиризацию активов. Они построены на предпосылке об индивидууме-представителе, который осведомлен обо всех характеристиках экономики и способен воспроизвести все, что изобретет человеческий разум [8]. Используемая в них концепция равновесия предполагает расчищение рынков. Но последний кризис показал, что возможны ситуации, в которых некоторые рынки не расчищаются (в частности, рынок труда). Стандартные модели игнорируют проблемы, возникающие из реакции агентов на такие неравновесия.

Принципиальные основы теоретической модели современной экономики – «модели общего равновесия» – сводятся к следующим. Прежде всего, это интеллектуальный принцип «рационального индивидуума» или «*homo economicus*».

Рациональность агентов определяется не тем интуитивным принципом, в соответствии с которым они не могут действовать против собственных интересов, а тем, что они обладают предпочтениями, удовлетворяющими той структуре, которая описана в модели Эрроу – Дебрэ. Фирмы просто выбирают такую комбинацию затрат и выпуска, которая максимизирует их прибыль. Далее с учетом фактора времени делается допущение, что фирмы и потребители рассматривают бесконечный временной горизонт и применяют адекватную норму дисконта. Если же будущее неопределенно, то они осведомлены о природе этой неопределенности, о распределении вероятности будущих событий, т. е. имеют «рациональные ожидания». В русле этой традиции задача экономиста сводится к тому, чтобы сделать предположения относительно индивидуальных предпочтений и технологий и построить на этой основе макроэкономическую модель, найти равновесие системы и исследовать характеристики равновесных состояний.

Однако при таком подходе возникают следующие проблемы. Когда исследователь ограничивает себя сделанными предпосылками об индивидуальных предпочтениях и технологиях, он не может сказать ничего о том, как может быть достигнуто равновесие и единственно ли оно. Все, что можно сказать при таких предпосылках, – то, что равновесие должно существовать. Более того, приходится делать допущение, что экономика все время будет в равновесном состоянии. Если же требуется построить модель, которая покажет, как функционирует экономика вне состояния равновесия и как она может его достичь, то требуются дополнительные предположения о том, как люди и фирмы взаимодействуют между собой и с управляющими институтами.

Однако вместо этого в современной макроэкономике делается другое, не имеющее научной основы допущение о том, что вся экономика действует как рациональный индивидуум. В таких условиях экономика изучается в состоянии равновесия, а ее динамика – просто как последовательность равновесных состояний, так что деловой цикл также оказывается равновесным феноменом.

Отказ от допущений относительно организации экономики приводит к тому, что в макроэкономических моделях способ организации экономики и рынков почти не оказывает влияния на экономические результаты, индивидуумы действуют на анонимных рынках, выступая в роли прайстейкеров, и почти ничего не говорится о том, кто и как устанавливает цены. Модель, в которой индивидуумы реагируют только на ценовые сигналы, выступает в роли эталонной, а если в ней допускаются отклонения, то говорится о «несовершенствах рынка» или «несовершенной конкуренции». Таким образом, модель, в которой индивидуумы реагируют на действия друг друга, в современной макроэкономике рассматривается как отклонение от нормы. Поэтому прямые взаимодействия агентов и связанные с ними экстерналии предлагают изучать в рамках теории игр или с трудом встраивают в существующие модели общего вычислимого равновесия.

Новые кейнсианские модели общего равновесия уходят от предпосылки о совершенной конкуренции и рассматривают несовершенно эластичные цены, но не проясняют, каким образом происходит раздел рынка и установление цен в ходе монополистической конкуренции, т. е. игнорируют существование институтов и процессы, формирующие механизмы рыночного обмена. Эти и другие упреки к данному классу моделей рассмотрены в работе К. Ашрафа с соавторами [9].

Ограниченность неоклассических моделей общего равновесия в области отражения различных мер макроэкономической политики демонстрируется в публикации Дж. Фаджиоло и А. Ровентини [10].

А. Кирман полагает, что приверженность идее Вальраса о построении общей внутренне непротиворечивой математической модели экономики загнала макроэкономистов в угол. Развитие теории шло в направлении усложнения моделей, а не объяснения экономических явлений. Ученые, поглощенные исследованием равновесных состояний экономики (в частности, их эффективности), даже не рассматривали идею о том, что она может находиться вне состояния равновесия. Их мало интересовали и вопросы о том, как устанавливаются равновесные цены и как экономика достигает равновесного состояния [11].

Однако в рамках этой традиции моделирования социально-экономических процессов, сложившейся еще в 1970-х гг., полностью оправдывал себя редукционистский подход. Он подразумевает, что целое разбивается на части, между которыми устанавливаются простые причинно-следственные связи. Тогда результат функционирования системы является не более чем суммой результатов ее взаимодействующих частей. Подобное свойство, например, демонстрирует известный класс межрегиональных моделей «затраты-выпуск».

Между тем современная экономика в условиях глобализации характеризуется нарастающим числом и сложностью взаимодействий между ресурсами, окружающей средой, экономикой и политикой. Системы претерпевают процессы децентрализации (электроэнергетика) либо приближаются к проектным пределам (транспортные сети), либо становятся все более экономически и физически взаимозависимыми (отрасли инфраструктуры). В то же время преобладающий в анализе и прогнозировании редукционистский подход исходит из предпосылок о том, что системы являются упорядоченными, линейными, эргодическими (обладающими тем свойством, что в процессе эволюции почти каждое состояние с определенной вероятностью проходит вблизи любого другого состояния системы), вычленимыми, наблюдаемыми, предсказуемыми и контролируемыми.

Редукционному подходу противостоит холистический подход, который рассматривает объекты системы в ее контексте, а также способы воздействия данного контекста на объекты. Это позволяет учесть эмерджентные свойства системы, возникающие из взаимодействия ее частей, и уйти от простой каузальности. В рамках этого подхода находится быстро растущий класс агентно-ориентированных моделей. В статье [12] можно увидеть, как исследуется квазиравновесное состояние пространственной экономики России с помощью агент-ориентированной мультирегиональной модели.

Представление равновесия в вычислимых моделях общего равновесия (CGE-моделях)

Одним из востребованных современных инструментов в прикладных экономических исследованиях являются вычислимые модели общего равновесия (CGE) [13]. Основной тип задач, которые они выполняют, – комплексное отслеживание последствий от каких-либо изменений экономической ситуации: например, изменения в фискальной политике, либерализация внешней торговли

и т. п. Структура и детализации тех или иных блоков модели, ее входов и выходов могут меняться в зависимости от решаемых задач [14].

Самыми распространенными критериями классификации вычислимых моделей общего равновесия является наличие в них динамики и пространственная детализация.

В динамических моделях теория общего равновесия дополняется аппаратом, заимствованным из макроэкономических моделей с межвременной оптимизацией (например, модель перекрывающихся поколений или модель Рамсея). Результатом решения будут уже не просто равновесные значения переменных, а равновесные траектории.

Если нас интересуют краткосрочные последствия той или иной экономической реформы, то можно использовать статическую CGE-модель. А если мы хотим изучить долгосрочные последствия, то нужна динамическая модель. Однако чем более подробно модель описывает структуру экономики, тем сложнее сделать ее динамической. «Very few large-scale CGE models are dynamic because of their intrinsic complexity» [15, p. 455].

Кроме деления на динамические и статические, CGE-модели можно разбить на несколько видов по региональной структуре. *Локальные* модели описывают экономику одной территории – например, страны [16; 17] или одного из ее регионов [18]. В *многорегиональных* моделях описываемый объект разбит на несколько отдельных территорий – например, страна, разбитая на регионы [19–21], или группа стран [22]. *Глобальные* модели описывают всю мировую экономику – при этом земной шар обычно делят на несколько регионов [23; 24].

Кроме факторов динамики и пространства выделяется классификация по типу равновесной конструкции, используемой в модели [13]. Первая группа CGE-моделей сформировалась на основе Леонтьевской модели затрат-выпуска и экономических моделей краткосрочного периода, широко используемых с 1930-х гг. В настоящее время эти макромоделели стали особенно популярны для анализа политики в развивающихся странах. Наиболее известным на сегодняшний день автором в этой области CGE-моделирования является американский экономист Тэйлор [25]. Во вторую группу входят модели, представляющие собой практическую реализацию известной модели общего экономического равновесия Вальраса. Вальрасовские CGE-модели получили распространение после работы Харбергера [26], в которой он оценивал эффект от налогообложения в двухсекторной модели. Кроме того, существенное влияние на развитие этого типа CGE-моделей оказала работа Скарфа [27], описывающая алгоритм численного разрешения системы уравнений Вальраса.

Математически данные модели представляют собой систему уравнений, решением которой является состояние экономического равновесия.

Общая для всех CGE-моделей черта – наличие таких типов агентов, как домохозяйства, фирмы, государство, внешний мир. Межрегиональные CGE-модели являются субъектными (множество агентов дезагрегировано до микроуровня и разделено на несколько групп), регион является только одним из признаков агентов.

Домохозяйства чаще всего моделируются с использованием агрегированных функций спроса, оцениваемых эконометрически. Такое описание поведения по-

ребителя сводит роль теории к минимуму и основывается исключительно на наблюдаемых зависимостях. Оно достаточно часто встречается и в больших региональных моделях (например, австралийская MONASH [28] и модель Новозеландского казначейства [29]), и в локальных (например, модель острова Джерси в Великобритании [18]).

Поведение фирм определяется на основе решения задачи максимизации прибыли. В отличие от потребителей, фирм в вычислительной модели общего равновесия всегда несколько (не может быть одной репрезентативной фирмы). Объясняется это тем, что в моделях всегда рассматривается несколько видов товаров конечного потребления, а следовательно, и несколько отраслей, в которых производится каждый из них. Для выпуска продукции одной из отраслей может использоваться продукция всех остальных, импортные товары, несколько типов труда и капитала, а также другие ресурсы.

Для описания технологии обычно используются вложенные CES-функции. Общий принцип состоит в том, что чем ниже уровень, тем более похожие ингредиенты конечного продукта складываются в один интегрированный. Например, сначала из нескольких типов труда, используя CES-функцию, получают обобщенный труд; на следующем этапе этот труд вместе с капиталом входит в производственную функцию более высокого уровня.

В конце 1980-х гг. развитие программного обеспечения и рост доступности данных привели к тому, что модели CGE стали использоваться чаще, чем межотраслевые модели. Известно множество региональных и городских CGE-моделей [30], существенное продвижение было сделано в области построения много-региональных моделей [31]. В известных CGE-моделях моделирование пространственно-территориального аспекта взаимодействия регионов как таковых находится на втором плане. Специфика же российской экономики диктует необходимость учета пространственного фактора как одного из первостепенных.

Представление экономического равновесия в межрегиональных моделях «затраты-выпуск» (типа OMMM)

Оптимизационные межрегиональные межотраслевые модели (OMMM) представляют собой классические экономические равновесия. В работах В. И. Сушлова и В. А. Васильева для них устанавливаются достаточно общие условия существования равновесия Вальраса, представляющие собой упрощенные версии традиционных требований отсутствия «рога изобилия» и выполнения условия Слейтера для допустимых множеств участников [32–34].

Простота математической конструкции OMMM позволяет использовать все концепции классической математической экономики, которая, в частности, рассматривает класс моделей обмена (типа Эрроу – Дебре), в которых все особые состояния Парето-оптимальны, а Парето-граница трактуется как допустимое множество решений, на котором выделяются особые подмножества.

Парето-оптимальность

Общей для всех модификаций межрегиональной модели является конструкция Парето-оптимальности. А именно в рамках рассматриваемой межрегиональ-

ной модели подразумевается, что решения, принимаемые регионами, оптимальны в смысле агрегированного общесистемного целевого критерия. Кроме того, для любого значения вектора территориальной структуры конечного потребления набор оптимальных целевых переменных регионов лежит на Парето-границе множества достижимых регионами значений целевых переменных (при условии, что на оптимальном плане оказываются ненулевыми оценки всех ограничений, связывающих общесистемный целевой функционал с региональными). Также любое состояние системы, оптимальное по Парето, является вектором из оптимальных значений региональных целевых функционалов для некоторого значения вектора территориальной структуры. Иначе говоря, ни один регион в рамках фиксированных территориальных пропорций не может улучшить значение своего целевого показателя, не ухудшив значений хотя бы одного из остальных регионов. Понятно, что в теории имеет смысл принимать во внимание только такие состояния. Действительно, если какой-то регион может увеличить свой целевой показатель, не затрагивая интересы других регионов, то он это сделает и тем самым переведет состояние системы в Парето-оптимальное.

Однако рассматривать все точки Парето-множества в качестве оптимальных (в некотором смысле) недостаточно ввиду его обширности. В частности, среди Парето-оптимальных состояний могут быть и дискриминационные для отдельных регионов (или групп регионов). Речь идет о крайних точках Парето-границы, т. е. о состояниях, вырожденных с точки зрения территориальных пропорций, когда вся система работает на конкретный регион или группу регионов. Цель привлечения более тонких конструкций равновесного и коалиционного анализа как раз и состоит в том, чтобы среди всех состояний, оптимальных по Парето, выбрать наилучшие в смысле гармонизации территориальных пропорций и поиска разумного компромисса интересов отдельных регионов и коалиций регионов.

Ядро системы и взаимовыгодный обмен

Для моделирования концепции ядра для межрегиональной модели формулируется постановка кооперативной игры, ассоциированной с моделью. Формируется конструкция договорного рынка, участниками которого выступают регионы. Предметом контракта для региона служит способ его функционирования в рамках коалиции с другими регионами (а в одной из постановок модели участниками выступают также и внешние рынки): состав коалиции, объемы межрегиональных и внешних транспортных потоков. Правила выделения коалиции из системы являются не предметом контракта, а атрибутом инфраструктуры рынка. Они могут касаться условий транспортного взаимодействия коалиции с остальной системой (дополняющей коалицией) и с внешними рынками. К примеру, дополняющая коалиция может препятствовать обмену между участниками отделившейся коалиции с использованием своей территории, а может просто брать плату за использование своей территории и транспортной отрасли. То же самое касается и внешней торговли участников отделившейся коалиции: правила игры являются оговоренными заранее, т. е. экзогенными, и не становятся предметом конкретного контракта.

Возвращаясь к математической терминологии теории кооперативных игр, вышесказанное можно сформулировать следующим образом: правила контрактного рынка вырабатываются заранее определенным способом построения множества дележей каждой коалиции регионов в терминах параметров и переменных модели. А конкретный контракт отождествляется с коалицией, в которой участником выступает регион. При этом подразумевается, что в рамках множества дележей участники коалиции действуют оптимально, максимизируя свои целевые критерии. Последнее замечание касается формирования набора показателей объемов производства, инвестиций и объемов и структуры транспортного (в том числе внешнеторгового) взаимодействия регионов – участников коалиции.

Дележ большой коалиции (набор значений целевых переменных всех регионов системы) считается взаимовыгодным (принадлежит ядру ассоциированной с моделью кооперативной игры), если нет такого контракта (коалиции), в рамках которого его участники могут достичь не меньшего, а хотя бы один из них – строго большего значения целевых переменных. Если в рамках какой-либо коалиции хотя бы один из ее участников достигает строго большего значения, и при этом остальные участники этой коалиции не оказываются в проигрыше, говорят о блокировании данного общесистемного дележа этой коалицией. Математический способ проверки блокирования заключается в построении достижимого множества коалиции в виде системы нестрогих линейных неравенств и проверки допустимости покомпонентно большего (когда все компоненты не меньше, а хотя бы один – строго больше) вектора целевых переменных в этой системе неравенств методами линейного программирования.

Для некоторого круга задач коалиционного анализа кроме концепции ядра полезно также рассчитать эффекты межрегиональных взаимодействий в окрестности конкретного Парето-оптимального состояния (фиксированного значения вектора территориальной структуры целевых функционалов). Для этих целей в рамках предложенных правил контрактного рынка для коалиции регионов строится не просто система неравенств, ассоциированная с множеством достижимых коалицией дележей, а экстремальная задача. При этом территориальные пропорции, при помощи которых из целевых критериев участников коалиции агрегируется общий коалиционный целевой критерий, наследуются из заранее зафиксированного общесистемного вектора территориальных пропорций.

Под эффектом взаимодействия региона r и региона s подразумевается сальдо значений целевых функционалов z^r (или соответственно z^s) в задачах всех коалиций, где данные регионы взаимодействуют:

$$S : \{s, r\} \subseteq S,$$

с соответствующими значениями в коалициях, где взаимодействия нет:

$$S : \{s, r\} \cap S = \{r\} \text{ или } \{s, r\} \cap S = \{s\}.$$

Под накоплением эффекта взаимодействия региона подразумевается набор разностей его усредненных целевых показателей (по коалициям конкретного ранга) в различных содержащих его коалициях с ростом их ранга.

Есть минимум два способа выделения коалиций из системы (два способа задания контрактного рынка).

Первый подразумевает, что дополняющая коалиция блокирует все транспортные потоки отделившейся коалиции, которые подразумевают использование ее территории. При этом участникам отделившейся коалиции для транспортного взаимодействия между собой и для внешней торговли приходится использовать более дорогой «прямой» вид транспорта, не затрагивающий территорию дополняющей коалиции. Данные правила контрактного рынка порождают корректную игровую постановку и могут быть использованы для концепции ядра.

Второй способ использует идеи, описанные в работах [35; 36], и подразумевает менее жесткое взаимодействие прямой и дополняющей коалиций, а именно: они не закрывают свои границы друг для друга, а просто берут плату за все перевозки, эксплуатирующие их территорию и транспортную отрасль. Размер компенсации равен стоимости транспортной работы дополняющей коалиции на осуществление перевозок отделившейся. Этот способ, с одной стороны, более рационален, так как позволяет вычислять оптимальные планы участников сразу двух взаимодополняющих коалиций в рамках одной задачи линейного программирования. С другой стороны, порожденная им игровая постановка некорректна (в некоторых ситуациях вальрасовское равновесие блокируется). Но при этом она имеет право на жизнь и может быть использована для вычисления эффектов межрегиональных взаимодействий.

Равновесие и эквивалентный обмен

В рамках контекста ОМММ существует постановка модели экономики вальрасовского равновесия. А именно концепция товарно-денежного рынка следующая: агентами экономической системы выступают регионы; каждый из них максимизирует свою целевую функцию в рамках бюджетного множества. В рамках модельного контекста формируемый регионом спрос представляет собой запланированная стоимость потребления, а предложение – запланированная стоимость затрат региона на общесистемное потребление (с учетом межрегионального и внешнеторгового обмена). Бюджетное ограничение представляет собой баланс, согласно которому стоимость вывоза в ценах обмена не превосходит стоимости ввоза. Ценами в данном случае выступают двойственные оценки соответствующих ограничений модели. Понятно, что для произвольного значения вектора территориальных пропорций в общем случае спрос для каждого региона не обязательно будет совпадать с предложением.

Для достижения состояния равновесия есть аналог процесса вальрасовского «нащупывания», который также является конструктивным итерационным алгоритмом поиска равновесного состояния. Рыночный механизм «нащупывания» в контексте модели представляет собой итерационный процесс, на каждом шаге которого специальным образом корректируется вектор территориальных пропорций, исходя из соотношения величин спроса и предложения на текущей ите-

рации рыночного процесса. Таким образом, порожденный скорректированными территориальными пропорциями прямой и двойственный план является реакцией, выдвигающей новые объемные показатели и цены, исходя из информации о спросе / предложении на предыдущей итерации.

Уравнение спроса-предложения региона, называемый в работах В. И. Суслова региональным макрофинансовым балансом, строится из компонент оптимального плана прямой и двойственной задачи. Спрос представляет собой региональную компоненту функционала прямой задачи – оптимальное конечное потребление региона, умноженное на двойственную оценку соответствующего ограничения (цену потребления региона). Предложение, в свою очередь, является региональной компонентой двойственной задачи – сумма всех правых частей региональных ограничений, оптимальных региональных компонент общесистемных ограничений, умноженных на оценки этих ограничений, плюс сальдо ввоза-вывоза этого региона, также выраженное в оценках. С помощью теорем двойственности доказано, что при суммировании регионального спроса и предложения получается оптимальное значение соответственно прямой и двойственной задачи.

Если на данной итерации процесса не достигнуто равенства спроса и предложения, то территориальные пропорции, которые являются пропорциями фактического спроса, заменяются территориальными пропорциями фактического предложения и на следующей итерации подставляются в ограничения модели на территориальную структуру потребления. С новой территориальной структурой снова решается прямая и двойственная задача, проверяются макрофинансовые балансы – и так далее до достижения равновесия.

Факт достижимости равновесия, т. е. сходимости рыночного процесса, весьма нетривиален и доказывается при достаточно жестких предположениях относительно характера внутри- и межрегиональных отношений. Тем не менее, полезно понимать, что при определенных условиях рынок в состоянии автоматически поддерживать равновесие в многорегиональной системе.

Суммарные импортно-экспортные квоты

Верхние границы общесистемных способов импорта и экспорта предназначены для регулирования эластичности мировых цен по объемам внешней торговли [37].

За счет новых общесистемных ограничений к невязке спроса и предложения для записи макрофинансового баланса с внешней торговлей в мировых ценах прибавляются новые компоненты. Они отвечают за совместную оптимальность импортно-экспортного ценообразования и таможенной политики. Данное обстоятельство порождает новые равновесные постановки в широком смысле: равновесие и сильное равновесие. В состоянии равновесия неэквивалентность межрегионального обмена компенсируется разницей между внешнеторговым сальдо во внутренних и мировых ценах и таможенными сборами. При сильном равновесии имеет место эквивалентный межрегиональный обмен, в котором для каждого региона разница внешнеторгового сальдо во внутренних и мировых ценах компенсируется таможенными сборами.

В классическом варианте равновесия имеет место эквивалентный межрегиональный обмен продукцией, формальным признаком которого является равенство нулю итоговых сальдо вывоза-ввоза (сальдо бюджетов) по регионам с учетом стоимости внешней торговли. Однако важно понимать, что определяющим эквивалентность обмена является не столько это равенство нулю (можно «придумать» много систем цен, при которых это требование выполняется), сколько использование «правильных» цен. Другими словами, при данных территориальных пропорциях потребления рыночными (оптимальными) являются цены, при которых регионы, ориентируясь только на свои интересы, приходят в состояние равновесия в условиях равенства нулю итоговых сальдо вывоза-ввоза продукции.

Экономическое равновесие может иметь и более широкую трактовку. В соответствии с ней каждое Парето-оптимальное состояние многорегиональной системы является равновесным. В таком состоянии также согласуются спрос и предложение, выработанные каждым регионом исходя из собственных интересов. Но невязки их макрофинансовых балансов не равны нулю. Уровни невязок доходов и расходов являются частью интересов регионов, т. е. планируются ими заранее, и в рыночном взаимодействии (процессе нащупывания) являются экзогенными параметрами. Такие точки можно называть равновесными, но они не являются состояниями эквивалентного межрегионального обмена.

Степень неэквивалентности обмена тем выше, чем больше по абсолютной величине сальдо региональных бюджетов. Если они относительно невелики, то система остается в ядре, и обмен продолжает быть взаимовыгодным. Но вариацией этих сальдо в региональных задачах максимизации целевых показателей можно получить все Парето-оптимальные точки. Однако не каждый вектор невязок доходов и расходов реализуем в качестве равновесного состояния.

Существует упрощенная модификация межрегиональной модели (модель с условными центрами), допускающая классическую равновесную постановку и не использующая аппарат макрофинансовых балансов. Сама модель при этом задается набором допустимых множеств каждого региона, а не представляет собой параметрическую задачу линейного программирования. В этой постановке равновесными считаются такие цены, при которых максимизация целевых переменных каждого из регионов на своем бюджетном ограничении относительно данных цен дает общесистемный баланс ввоза-вывоза в натуральных величинах по всем транспортабельным продуктам. В данной конструкции равновесия вектор цен по определению является экзогенным параметром, а не строится из оптимального двойственного плана некоторой задачи линейного программирования. Для этой модификации модели доказано утверждение об эквивалентности классической равновесной конструкции и конструкции эквивалентного обмена, описанной выше.

Равновесие Эджворта в модели с условным центром

Модель с условным центром представляет собой упрощенную модификацию, где для каждого региона задан вектор ввоза и вывоза без конкретизации направления их потока. Таким образом, в данной модели пространственная топология

экономической системы упрощена, а пространственное взаимодействие регионов удобно представлять через абстрактный условный центр.

Упрощенное представление пространства позволяет рассмотреть для данной модели концепцию равновесия Эджворта. Эта модель в силу ее структуры позволяет естественным образом реплицировать агентов экономики (регионы). В нашем пространственном контексте термин «репликация» заменяется термином «дробление». Содержательно под ним подразумевается увеличение количества ячеек экономического пространства (регионов) с сохранением всех технологических параметров ячейки-«предка» и пространственной топологии всей системы (условный центр транспортного взаимодействия остается единственным).

Под равновесным по Эджворту состоянием исходной системы регионов понимается такое состояние, любая реплика (дробление) которого является взаимовыгодным состоянием относительно контрактного рынка (в смысле коалиционного блокирования) соответствующего дробления системы. Для данной конструкции, введенной В. А. Васильевым и В. И. Суловым, разработаны алгоритмы поиска так называемых k -ядер, и с помощью экспериментальных расчетов выявлено их стягивание к множеству вальрасовых равновесий. Рассмотрение данной концепции в рамках полной модификации ОМММ затруднено отсутствием технологии дробления экономической системы с нетривиальной транспортной топологией.

Таким образом, в классе моделей типа ОМММ равновесие Вальраса допустимо трактовать как межрегиональное равновесие – такое Парето-оптимальное состояние, в котором во всех регионах сальдо межрегионального обмена (сальдо бюджетов) во внутренних ценах нулевое. Механизм сходимости к вальрасову равновесию в ОМММ – это итерационный процесс, в котором на каждом шаге специальным образом корректируются территориальные пропорции конечного потребления. Сходится такой процесс к точке Парето – оптимальному состоянию с заданным заранее вектором сальдо бюджетов (в частности, к нулевому).

Резюмируя изложенное выше, отметим, что простота математической конструкции ОМММ позволяет, используя все концепции экономического равновесия, осуществлять анализ особенностей межрегиональных экономических взаимодействий и оценивать степень экономической взаимозависимости регионов России.

Список литературы

1. **Arrow K. J., Debreu G.** Existence of equilibrium for competitive economy. *Econometrica*, 1954, vol. 22, no. 3, pp. 265–290.
2. **McKenzie L. W.** On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems. *Econometrica*, 1954, vol. 22, no. 2, pp. 147–161.
3. **Florenzano M.** General Equilibrium. *Mathematical Models in Economics*, 2008, vol. 1. URL: <https://www.eolss.net/Sample-Chapters/C02/E6-154-07-00.pdf> (accessed October 2021).

4. **Caballero R.** Macroeconomics after the Crisis: Time to Deal with the Pretense-of-Knowledge Syndrome. *Journal of Economic Perspectives*, 2010, vol. 24, no. 4, pp. 85–102.
5. **Krugman P.** How Did Economists Get It So Wrong? *The New York Times*, 2009, September 2.
6. **Stiglitz J.** Rethinking macroeconomics: what failed and how to repair it. *Journal of the European Economic Association*, 2011, vol. 9, no. 4, pp. 591–645.
7. **Trichet J.** Reflections on the Nature of Monetary Policy Non-Standard Measures and Finance Theory. Opening address at the ECB Central Banking Conference Frankfurt, 2010, November 18.
8. **Leijonhufvud A.** A Not-Too-Rational Macroeconomics. *Southern Economic Journal*, 1993, vol. 60, pp. 1–13.
9. **Ashraf Q., Gershman B., Howitt P.** Macroeconomics in a Self-Organizing Economy. *Revue de l'OFCE*, 2012, no. 124, pp. 43–65.
10. **Fagiolo G., Roventini A.** Macroeconomic Policy in DSGE and Agent-Based Models. *Revue de l'OFCE*, 2012, no. 124, pp. 67–116.
11. **Scarf H.** The Computation of Equilibrium Prices: An Exposition. In: Arrow K., Kirman A. (eds.). *Handbook of Mathematical Economics*. North-Holland, 1982, vol. 11, chap. 4, pp. 1007–1061.
12. **Суслов В. И., Доможиров Д. А., Ибрагимов Н. М., Костин В. С., Мельникова Л. В., Цыплаков А. А.** Агент-ориентированная многорегиональная модель «затраты-выпуск» российской экономики // Экономика и математические методы. 2016. Т. 52, № 1. С. 112–131.
13. **Макаров В. Л., Бахтизин А. Р., Сулакшин С. С.** Применение вычислимых моделей в государственном управлении. М.: Научный эксперт, 2007. 304 с.
14. **Гамидов Т. Г., Доможиров Д. А., Ибрагимов Н. М.** Равновесие Вальраса в модели взаимодействия регионов с условными центрами. Эквивалентность теоретического подхода и прикладного метода // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. 2011. Т. 11, № 3. С. 12–26.
15. **Yang Z.** A coupling Algorithm for Computing Large-Scale Dynamic Computable General Equilibrium Models. *Economic Modeling*, 1999, vol. 16, no. 3, pp. 455–473.
16. **Bajo-Rubio O., Gomez-Plana A. G.** Simulating the Effects of the European Single Market: A CGE Analysis for Spain. *Journal of Policy Modeling*, 2005, vol. 27, no. 6, pp. 689–709.
17. **Hosoe N.** The Deregulation of Japan's Electricity Industry. *Japan and the World Economy*, 2006, vol. 18, no. 2, pp. 230–246.
18. **Learmonth D., McGregor P. G., Swales J. K., Turner K. R., Yin Y. P.** The Importance of the Regional / Local Dimension of Sustainable Development: An Illustrative Computable General Equilibrium Analysis of the Jersey Economy. *Economic Modeling*, 2007, vol. 24, pp. 15–41.
19. **Dixon P. B., Rimmer M. T.** The US Economy from 1992 to 1998 Results from a detailed CGE Model. *Centre of Policy Studies, Monash University*, 2004, no. G-144. URL: <https://www.copsmodels.com/ftp/workpapr/g-144.pdf> (accessed October 2021).

20. **Diao X., Fan Sh., Zhang X.** China's WTO Accession: Impacts on Regional Agricultural Income – a Multi-region, General Equilibrium Analysis. *Journal of Comparative Economics*, 2003, vol. 31, no. 2, pp. 332–351.
21. **Lofgren H., Robinson Sh.** Spatial-Network, General-Equilibrium Model with a stylized Application. *Regional Science and Urban Economics*, 2002, vol. 32, no. 5, pp. 651–671.
22. **Lee H., Mensbrughe D. van der.** EU Enlargement and its Impacts on East Asia. *Journal of Asian Economics*, 2004, vol. 14, no. 6, pp. 843–860.
23. **Jacoby H. D., Reilly J. M., McFarland J. R., Paltsev S.** Technology and Technical Change in the MIT EPPA Model. *Energy Economics*, 2006, vol. 28, no. 5–6, pp. 610–631.
24. **Lloyd P. J., MacLaren D.** Measures of Trade Openness Using CGE Analysis. *Journal of Policy Modeling*, 2002, vol. 24, no. 1, pp. 67–81.
25. **Taylor L.** Socially Relevant Policy Analysis: Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World. Cambridge, MIT Press, 1990, 379 p.
26. **Harberger A.** The Incidence of the Corporate Income Tax. *Journal of Political Economy*, 1962, vol. 70, no. 3, pp. 215–240.
27. **Scarf H.** The Computation of Economic Equilibria. New Haven and London, Yale Uni. Press, 1973, 249 p.
28. **Petter M. W., Horridge M., Meagher G. A., Naqvi F., Parmenter B. P.** The Theoretical Structure of MONASH-MRF. *Monash University Center of Policy Studies Working Paper*, 1996, no. OP-86. URL: <http://www.monash.edu.au/policy> (accessed October 2021).
29. **Szeto K. L.** A Dynamic Computable General Equilibrium (CGE) Model of the New Zealand Economy. *New Zealand Treasury Working Paper*, 2002, no. 02/07. URL: <https://www.treasury.govt.nz/publications/wp/dynamic-computable-general-equilibrium-cge-model-new-zealand-economy-wp-02-07.html#section-8> (accessed October 2021).
30. **Isard W., Azis I. J., Drennan M. P., Miller R. E., Saltzman S., Thorbecke E.** Methods of Interregional and Regional Analysis. Aldershot, Ashgate, 1998, 490 p.
31. **Giesecke J. A., Madden J. R.** A Large-Scale Dynamic Multi-Regional CGE Model with an Illustrative Application. *Review of Urban and Regional Development Studies*, 2003, vol. 15, no. 1, pp. 2–25.
32. **Васильев В. А., Суслов В. И.** О неблокируемых состояниях многорегиональных экономических систем // Сибирский журнал индустриальной математики. 2009. Т. 12, № 4. С. 23–34.
33. **Васильев В. А., Суслов В. И.** Равновесие Эджворта в одной модели межрегиональных экономических отношений // Сибирский журнал индустриальной математики. 2010. Т. 13, № 1. С. 18–33.
34. **Васильев В. А.** О существовании вальрасовского равновесия в модели межрегиональных экономических отношений // Дискретный анализ и исследование операций. 2012. Т. 19, вып. 4. С. 15–34.
35. **Суслов В. И.** Измерение эффектов межрегиональных взаимодействий: модели, методы, результаты. Новосибирск: Наука, 1991. 252 с.

36. **Ибрагимов Н. М.** Моделирование торгово-экономического взаимодействия региональных экономических систем: Дис. ... канд. экон. наук. Новосибирск, 2006. 209 с. РГБ ОД, 61:06–8/1869.
37. **Гамидов Т. Г., Доможиров Д. А., Ибрагимов Н. М.** Равновесные состояния открытой межрегиональной системы, порожденной оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. 2013. Т. 13, № 3. С. 81–94.

References

1. **Arrow K. J., Debreu G.** Existence of equilibrium for competitive economy. *Econometrica*, 1954, vol. 22, no. 3, pp. 265–290.
2. **McKenzie L. W.** On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems. *Econometrica*, 1954, vol. 22, no. 2, pp. 147–161.
3. **Florenzano M.** General Equilibrium. *Mathematical Models in Economics*, 2008, vol. 1. URL: <https://www.eolss.net/Sample-Chapters/C02/E6-154-07-00.pdf> (accessed October 2021).
4. **Caballero R.** Macroeconomics after the Crisis: Time to Deal with the Pretense-of-Knowledge Syndrome. *Journal of Economic Perspectives*, 2010, vol. 24, no. 4, pp. 85–102.
5. **Krugman P.** How Did Economists Get It So Wrong? *The New York Times*, 2009, September 2.
6. **Stiglitz J.** Rethinking macroeconomics: what failed and how to repair it. *Journal of the European Economic Association*, 2011, vol. 9, no. 4, pp. 591–645.
7. **Trichet J.** Reflections on the Nature of Monetary Policy Non-Standard Measures and Finance Theory. Opening address at the ECB Central Banking Conference Frankfurt, 2010, November 18.
8. **Leijonhufvud A.** A Not-Too-Rational Macroeconomics. *Southern Economic Journal*, 1993, vol. 60, pp. 1–13.
9. **Ashraf Q., Gershman B., Howitt P.** Macroeconomics in a Self-Organizing Economy. *Revue de l'OFCE*, 2012, no. 124, pp. 43–65.
10. **Fagiolo G., Roventini A.** Macroeconomic Policy in DSGE and Agent-Based Models. *Revue de l'OFCE*, 2012, no. 124, pp. 67–116.
11. **Scarf H.** The Computation of Equilibrium Prices: An Exposition. In: Arrow K., Kirman A. (eds.). *Handbook of Mathematical Economics*. North-Holland, 1982, vol. 11, chap. 4, pp. 1007–1061.
12. **Suslov V. I., Domozhirov D. A., Ibragimov N. M., Kostin V. S., Melnikova L. V., Tsyplakov A. A.** Agent-based multiregional input-output model of the russian economy. *Economics and Mathematical Methods*, 2016, vol. 52, no. 1, pp. 112–131. (in Russ.)
13. **Makarov V. L., Bakhtizin A. R., Sulakshin S. S.** Application of computable models in public administration. Moscow, Scientific Expert Publ., 2007, 304 p. (in Russ.)
14. **Gamidov T. G., Domozhirov D. A., Ibragimov N. M.** Walrasian equilibrium in a model of regions' interaction with conditional centers. equivalence of theoreti-

- cal approach and applied technique. *Vestnik NSU. Series: Social and Economic Sciences*, 2011, vol. 11, no. 3, pp. 12–26. (in Russ.)
15. **Yang Z.** A coupling Algorithm for Computing Large-Scale Dynamic Computable General Equilibrium Models. *Economic Modeling*, 1999, vol. 16, no. 3, pp. 455–473.
 16. **Bajo-Rubio O., Gomez-Plana A. G.** Simulating the Effects of the European Single Market: A CGE Analysis for Spain. *Journal of Policy Modeling*, 2005, vol. 27, no. 6, pp. 689–709.
 17. **Hosoe N.** The Deregulation of Japan's Electricity Industry. *Japan and the World Economy*, 2006, vol. 18, no. 2, pp. 230–246.
 18. **Learmonth D., McGregor P. G., Swales J. K., Turner K. R., Yin Y. P.** The Importance of the Regional / Local Dimension of Sustainable Development: An Illustrative Computable General Equilibrium Analysis of the Jersey Economy. *Economic Modeling*, 2007, vol. 24, pp. 15–41.
 19. **Dixon P. B., Rimmer M. T.** The US Economy from 1992 to 1998 Results from a detailed CGE Model. *Centre of Policy Studies, Monash University*, 2004, no. G-144. URL: <https://www.copsmodels.com/ftp/workpapr/g-144.pdf> (accessed October 2021).
 20. **Diao X., Fan Sh., Zhang X.** China's WTO Accession: Impacts on Regional Agricultural Income – a Multi-region, General Equilibrium Analysis. *Journal of Comparative Economics*, 2003, vol. 31, no. 2, pp. 332–351.
 21. **Lofgren H., Robinson Sh.** Spatial-Network, General-Equilibrium Model with a stylized Application. *Regional Science and Urban Economics*, 2002, vol. 32, no. 5, pp. 651–671.
 22. **Lee H., Mensbrughe D. van der.** EU Enlargement and its Impacts on East Asia. *Journal of Asian Economics*, 2004, vol. 14, no. 6, pp. 843–860.
 23. **Jacoby H. D., Reilly J. M., McFarland J. R., Paltsev S.** Technology and Technical Change in the MIT EPPA Model. *Energy Economics*, 2006, vol. 28, no. 5–6, pp. 610–631.
 24. **Lloyd P. J., MacLaren D.** Measures of Trade Openness Using CGE Analysis. *Journal of Policy Modeling*, 2002, vol. 24, no. 1, pp. 67–81.
 25. **Taylor L.** Socially Relevant Policy Analysis: Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World. Cambridge, MIT Press, 1990, 379 p.
 26. **Harberger A.** The Incidence of the Corporate Income Tax. *Journal of Political Economy*, 1962, vol. 70, no. 3, pp. 215–240.
 27. **Scarf H.** The Computation of Economic Equilibria. New Haven and London, Yale Uni. Press, 1973, 249 p.
 28. **Petter M. W., Horridge M., Meagher G. A., Naqvi F., Parmenter B. P.** The Theoretical Structure of MONASH-MRF. *Monash University Center of Policy Studies Working Paper*, 1996, no. OP-86. URL: <http://www.monash.edu.au/policy> (accessed October 2021).
 29. **Szeto K. L.** A Dynamic Computable General Equilibrium (CGE) Model of the New Zealand Economy. *New Zealand Treasury Working Paper*, 2002, no. 02/07. URL: <https://www.treasury.govt.nz/publications/wp/dynamic-computable-general->

- equilibrium-cge-model-new-zealand-economy-wp-02-07-html#section-8 (accessed October 2021).
30. **Isard W., Azis I. J., Drennan M. P., Miller R. E., Saltzman S., Thorbecke E.** Methods of Interregional and Regional Analysis. Aldershot, Ashgate, 1998, 490 p.
 31. **Giesecke J. A., Madden J. R.** A Large-Scale Dynamic Multi-Regional CGE Model with an Illustrative Application. *Review of Urban and Regional Development Studies*, 2003, vol. 15, no. 1, pp. 2–25.
 32. **Vasilev V. A., Suslov V. I.** On the unblockable states of multiregional economic systems. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2009, vol. 12, no. 4, pp. 23–34. (in Russ.)
 33. **Vasilev V. A., Suslov V. I.** Edgeworth equilibrium in a model of interregional economic relations. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2010, vol. 13, no. 1, pp. 18–33. (in Russ.)
 34. **Vasilev V. A.** On the existence of a Walrasian equilibrium in a model of interregional economic relations. *Discrete Analysis and Operations Research*, 2012, vol. 19, no. 4, pp. 15–34. (in Russ.)
 35. **Suslov V. I.** Measuring the effects of interregional interactions: models, methods, results. Novosibirsk, Nauka, 1991, 252 p. (in Russ.)
 36. **Ibragimov N. M.** Modeling of trade and economic interaction of regional economic systems. Cand. of Economic Sci. Dis. Novosibirsk, 2006, 209 p. RSB OD, 61:06-8/1869. (in Russ.)
 37. **Gamidov T. G., Domozhirev D. A., Ibragimov N. M.** Equilibrium states of open interregional system based on interregional intersectoral optimization model. *Vestnik NSU. Series: Social and Economic Sciences*, 2013, vol. 13, no. 3, pp. 81–94. (in Russ.)

Информация об авторе

Наимджон Мулабоевич Ибрагимов, кандидат экономических наук, доцент
SPIN 73169
Scopus Author ID 57202757558

Information about the Author

Naimdzhon M. Ibragimov, Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor
SPIN 73169
Scopus Author ID 57202757558

*Статья поступила в редакцию 19.10.2021;
одобрена после рецензирования 26.11.2021; принята к публикации 26.11.2021
The article was submitted 19.10.2021;
approved after reviewing 26.11.2021; accepted for publication 26.11.2021*